

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Geometria 1

A.A. 2008-2009 - Docente: Prof. E. Sernesi

Tutori: Andrea Abbate e Matteo Acclavio

TUTORATO NUMERO 7 (23 APRILE 2009)

SPAZI AFFINI, PUNTI E RETTE NEL PIANO AFFINE

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili ai seguenti indirizzi:

<http://www.lifedreamers.it/liuck> <http://www.mat.uniroma3.it>

1. Stabilire se i punti $A, B, C \in \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ sono allineati e, in caso affermativo, trovare equazioni cartesiane della retta che li contiene. Quando c'è un parametro, discuterlo.

(a) $A = (1, 0) \quad B = (2, 3) \quad C = (3, 6)$

(b) $A = (5, 4) \quad B = (4, 6) \quad C = (2, 1)$

(c) $A = (2, 1) \quad B = (3, k + 1) \quad C = (2 + k, 2)$

2. Determinare equazioni parametriche e cartesiane delle seguenti rette di $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ parallele a v e passanti per P :

(a) $P = (1, 1) \quad v = (3, 1)$

(b) $P = (-2, 3) \quad v = (1000, -1000)$

(c) $P = \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad v = (2, 1)$

3. Stabilire se le seguenti rette di $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ sono parallele o coincidenti, parallele e distinte, oppure incidenti; se sono incidenti, calcolare il loro punto di intersezione.

(a) $r : x + 2y - 1 = 0 \quad s : -x + y - 2 = 0$

(b) $r : 3x - 2y + 1 = 0 \quad s : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 4 + 6t \end{cases}$

(c) $r : \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 2 + 6t \\ y = \frac{8}{3} + 2t \end{cases}$

4. Siano $r : x + y - 2 = 0$ ed $s : 2x - y + 3 = 0$ due rette del piano affine reale e Φ il fascio di rette passante per l'origine $O(0, 0)$. Trovare:

(a) Il punto $P = r \cap s$.

(b) Equazioni parametriche della retta $t \in \Phi$ passante per P .

(c) Equazioni cartesiane della retta $u \in \Psi$ passante per $Q(1, 1)$, dove Ψ è il fascio improprio di rette parallele a t .

(d) Il punto $R = s \cap u$.

5. (a) Scrivere equazioni parametriche e cartesiane della retta r passante per $P(0, \frac{1}{2})$ e $Q(1, 0)$.

(b) Sia Ψ il fascio di rette di centro $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$. Scrivere l'equazione cartesiana della retta $s \in \Psi$ passante per $(1, \frac{1}{2})$.

- (c) Trovare equazioni cartesiane delle rette r^1 ed s^1 tali che $r^1 \cap s^1 = (\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ con $r^1 \in \Phi_r$ e $s^1 \in \Phi_s$, dove Φ_r e Φ_s indicano i fasci di rette parallele rispettivamente a r ed s .
6. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x^2\}$. Mostrare che A è uno spazio affine su \mathbb{R} . Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Più in generale mostrare che l'insieme $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = f(x)\}$ è uno spazio affine su \mathbb{R} .