Università degli Studi Roma Tre – Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Geometria 1

A.A. 2008-2009 – Docente: Prof. E. Sernesi

Tutori: Andrea Abbate e Matteo Acclavio

TUTORATO NUMERO 6 (2 APRILE 2009)
ESERCIZI DI PREPARAZIONE AL PRIMO ESONERO

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili ai seguenti indirizzi:
http://www.lifedreamers.it/liuck/
http://www.mat.uniroma3.it/

1. Trovare le dimensioni di *U, W, U+W,* $U\cap W$ e una base per ognuno di essi:
   (a) *U*=<(1,0,0,1), (1,1,0,0), (10,1,1), (0,0,1,0)> *W*=<(1,1,1,1), (2,0,0,2)>
   (b) *U*=< (2,1,3,1), (1,0,1,2), (2,3,1,0), (1,1,1,1)> *W*=<(0,1,1,0), (0,1,1,1), (0,0,0,1)>

2. Determinare al variare del parametro k le dimensioni di *U, W,* stabilire quando *U+W=* $\mathbb{R}^n$ e se tale somma è diretta:
   (a) *U*=<(k,1,1,0), (0,k,k,0), (1,k,1,k)> *W*=<(k,k,k,k), (0,1,k,1), (0,k,1,1)>
   (b) *U*=<(k,0,k,0), (1,1,1,k), (0,0,1,k), (0,1,k,k)> *W*=<(k,1,0,2), (1,0,0,k), (1,k,k,1)>

3. Calcolare, con il metodo Gauss-Jordan, tutte le soluzioni dei seguenti sistemi lineari:

   (a) $\begin{cases} x+3y+2z=0 \\ x+3y+4z=0 \\ 2x+5y+z=1 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 2x+3y=3 \\ x+2y=4 \\ 3x+5y=2 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} 2x+y+3z=1 \\ 3x+2y+w=0 \\ x+2y+z+w=1 \end{cases}$

   (d) $\begin{cases} x+z+2w=11 \\ 2x+3y+z=0 \\ 2y+3z+w=11 \\ x+y+z=22 \end{cases}$ (e) $\begin{cases} 2x+y+3z=2 \\ y+z+3w=3 \\ x+2y+4z=0 \\ z+2w=1 \end{cases}$

4. Determinare esplicitamente al variare del parametro m, tutte le soluzioni dei seguenti sistemi lineari, utilizzando in caso di soluzione unica il metodo di Cramer:

   (a) $\begin{cases} 2y+mz=1 \\ mx+2y=2 \\ y+mz=3 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} mx+z=m \\ my+3z=m \\ 2x+my+z=m \end{cases}$

(c) $\begin{cases} 3x+my+2z=1 \\ 5x+my+6z=0 \\ x+mz=1 \end{cases}$ (d) $\begin{cases} x+mz+w=1 \\ x+2y+mz+w=0 \\ z+2w=2 \\ x+mw=0 \end{cases}$

5. Stabilire, al variare del parametro reale a, quando le seguenti matrici sono invertibili. Se invertibili, trovare l'inversa, altrimenti calcolarne il rango.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 3 & a & 1 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & a \\ a & a & 1 \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix}$

$C = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 0 & a & a \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 & 0 \\ 1 & a & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & a \\ 1 & -1 & -1 & a \end{pmatrix}$