

Tutorato di Geometria 1

A.A. 2008-2009 – Docente: Prof. E. Sernesi

Tutori: Andrea Abbate e Matteo Acclavio

TUTORATO NUMERO 5 (26 MARZO 2009)

RANGO, DETERMINANTE, MATRICI INVERSE, DISCUSSIONE DI SISTEMI

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili ai seguenti indirizzi:

<http://www.lifedreamers.it/liuck/>

<http://www.mat.uniroma3.it/>

1. Determinare, al variare del parametro reale a , le soluzioni dei seguenti sistemi di equazioni lineari, usando il metodo Kronecker-Rouché-Capelli e quando possibile Cramer.

$$(a) \begin{cases} x+z=1 \\ x+2y+z=0 \\ x+z=3 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} 3x+2y=0 \\ 3x+2y+z=1 \\ x+y+z=1 \end{cases} \quad (c) \begin{cases} x-2y=a \\ 3x+ay+z=0 \\ 2ax-ay+z=a \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 2x+ay+z=0 \\ ax+y+az=1 \\ 3x+ay-az=0 \end{cases} \quad (e) \begin{cases} ax+az=1 \\ 3x+y+az=a \\ ax+3y=1 \end{cases} \quad (f) \begin{cases} ay+az=a \\ ax+y+az=2 \\ ax-ay-az=a \end{cases}$$

2. Stabilire, al variare del parametro reale b , quando le seguenti matrici sono invertibili. Se invertibili, trovare l'inversa, altrimenti trovare una matrice quadrata M (diversa dalla matrice nulla) che moltiplicata per quella matrice dà la matrice nulla.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & b \\ b & b & 0 \\ -1 & 0 & b \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b & b & 1 \\ 1 & b & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & b & -1 \\ 3 & 2 & b \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2b & -1 & b \\ 2 & 0 & b \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Trovare i valori del parametro reale c per cui il rango delle seguenti matrici è massimo.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & c & c \\ 1 & 1 & c \\ 2 & c & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & c \\ 1 & c & 2 & 1 \\ c+1 & 0 & c+1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & c & 1 & c \\ c & 2 & c & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} c & 0 & c \\ c-1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ c & 2c & c \end{pmatrix}$$

4. Siano A e B due matrici quadrate di ordine n a coefficienti in un campo K . Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono vere; se vere, dimostrarle, altrimenti fornire un controesempio.

$$(a) r(A+B) \leq r(A), r(B) \quad (d) r(A) < n, r(B) < n \Rightarrow r(AB) < n$$

$$(b) r(A) = r(B) \Rightarrow r(AB) = r(A) \quad (e) \det(A+B) = \det(A) + \det(B)$$

$$(c) r(A) = n = r(B) \Rightarrow r(AB) = n \quad (f) \det(kA) = k \det(A) \quad (k \in K)$$