Università degli Studi Roma Tre – Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Geometria 1

A.A. 2008-2009 – Docente: Prof. E. Sernesi

Tutori: Andrea Abbate e Matteo Acclavio

TUTORATO NUMERO 2 (5 MARZO 2009)
SISTEMI LINEARI E MATRICI INVERSE

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili ai seguenti indirizzi:
http://www.lifedreamers.it/liuck/
http://www.mat.uniroma3.it/

1. Determinare, se esistono, tutte le soluzioni dei seguenti sistemi di equazioni lineari, usando il metodo di Gauss-Jordan:

a) $\begin{cases} x=1 \\ x+y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+2y=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3y=1 \\ x+10y=0 \\ 5z=1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y=1 \\ 3x+z=0 \\ 3x+2y+z=2 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x+z=2 \\ y=1 \\ x+z=3 \end{cases}$ f) $\begin{cases} y+z=0 \\ x+2y+3z=1 \\ x+3y+4z=1 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 3x+5z=0 \\ 2x+\frac{1}{3}y-z=1 \\ 3x+y-8z=0 \end{cases}$ h) $\begin{cases} \frac{1}{3}z=0 \\ 3x+y=0 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$

i) $\begin{cases} x+z+2w=1 \\ x+3y+z+2w=1 \\ y+w=2 \end{cases}$ j) $\begin{cases} x+w=1 \\ 3y+4z+2w=1 \\ 2x+3y+4z+4w=3 \end{cases}$

2. Mostrare che per ogni matrice invertibile A si ha $({}^tA)^{-1} = {}^t(A^{-1})$. Mostrare che l'inversa di ogni matrice simmetrica invertibile è anch'essa simmetrica.

3. Mostrare che una matrice diagonale $A = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_n \end{pmatrix}$ è invertibile se e soltanto se $a_i \neq 0 \quad \forall i = 1,2,\dots,n$. Inoltre se A è invertibile allora

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} a_1^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2^{-1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_n^{-1} \end{pmatrix}$$