

Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica – a.a. 2011/2012
AC310
Appello B – 13 Febbraio 2012

Esercizio 1 (7 punti). Determinare la corona circolare di convergenza della serie di Laurent

$$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^n (z - 2 + i)^n} + \sum_{n \geq 0} (1 + in)(z - 2 + i)^n$$

Esercizio 2 (7 punti). Calcolare l'integrale:

$$\mathbf{I} = \int_C (z^2 + z\bar{z}) dz$$

nei due seguenti casi: a) C è l'arco di circonferenza $|z| = 1$, $0 \leq \arg(z) \leq \pi$.
b) C è la circonferenza $|z| = 1$ percorsa in senso antiorario.

Esercizio 3 (8 punti). Calcolare:

$$\mathbf{I} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)^2 (x^2 + 2x + 2)}$$

Si giustifichi ogni passaggio citando i teoremi utilizzati.

Esercizio 4 (10 punti). Enunciare e dimostrare il teorema dell'indicatore logaritmico.

Soluzioni

Esercizio 1. $0 < |z - 2 + i| < 1$

Esercizio 2. a) $-\frac{8}{3}$, b) 0.

Esercizio 3. $\mathbf{I} = \frac{7\pi}{50}$.