



L'INSEGNAMENTO DELLA
GEOMETRIA INTUITIVA NELLA
SCUOLA MEDIA ITALIANA AGLI
INIZI DEL '900.

Marta Menghini

Università di Roma Sapienza

La scuola italiana dal 1859

	Istruzione classica	Istruzione Tecnica	Istruzione Magistrale
4	Scuola elementare Geometria: figure, terminologia, misure		
3	Ginnasio inferiore	Scuola Tecnica	Scuola complem.
2 +	Ginnasio Superiore 1867: Euclide, Libro I	Istituto Tecnico	Scuola Normale (3 anni)
3	Liceo Euclide, Libri II, III, ...		

1881

Geometria intuitiva e disegno geometrico vengono introdotti nei primi tre anni del ginnasio.

Un preventivo approccio intuitivo-sperimentale per aiutare i giovani a superare l'impatto con la geometria razionale e con le deduzioni logiche presenti nel testo di Euclide. La geometria intuitiva doveva

procurare ai giovanetti, con metodi facili e per quanto sia possibile con prove di fatto, le prime e più importanti nozioni della geometria, ... far desiderare lo studio razionale della stessa geometria, che è riservato al liceo.

1884

Il ministro Coppino abolisce lo studio della geometria intuitiva nel ginnasio inferiore e anticipa la geometria razionale al 4° anni di ginnasio.

La decisione è dovuta al matematico Eugenio Beltrami (1836 – 1900).

Noto per i modelli di Geometria non-Euclidea e per la teoria delle superfici a curvatura costante. Membro dell'Accademia dei Lincei, e presidente nel 1898; eletto al Senato un anno prima della morte.

Beltrami (Relazione per l'insegnamento delle matematiche per il ginnasio ed il liceo, 1884)

- la determinazione dei limiti e dell'indole di questo insegnamento non è suscettibile di forma assoluta e non è d'altronde supplita praticamente da una tradizione secolare
- ...Una linea di separazione ... è ... alquanto indecisa e quindi variamente tracciata dagli intelligenti, perde ogni precisione e sfuma quasi compiutamente agli occhi degli insegnanti superficiali.
- Tutto ciò non riguarda la Scuola Tecnica, dove dal 1867 si suggeriva un metodo grafico-intuitivo anche per produrre semplici deduzioni.

- 1900

la geometria intuitiva del ginnasio inferiore è ripristinata. Per evitare gli inconvenienti, il programma prevede soltanto *nozioni elementari riguardanti la terminologia delle figure geometriche più semplici, e le regole di calcolo per le lunghezze, aree e volumi, nonché i primi rudimenti di disegno geometrico*. Il nuovo programma **costituisce una ripetizione ed un ampliamento delle nozioni acquistate dagli alunni nelle scuole elementari ed è visto sotto l'aspetto pratico...**

**LIBRI DI TESTO
AGLI INIZI DEL 1900:**

1901:

Giuseppe Veronese

Giovanni Frattini

Gli autori

Giuseppe Veronese (1854-1917)

- geometria proiettiva a n dimensioni
- contributi importanti allo studio dei fondamenti della geometria
- 1897, libro di testo per il Liceo. L'unico concetto "primitivo" è il punto, una retta è un *sistema lineare di punti con due ordini*, e un segmento è una parte di un *sistema lineare di punti*.
- Evita l'uso dei movimenti rigidi per introdurre l'uguaglianza e la *assume* tramite gli assiomi.

Gli autori

Giovanni Frattini (1852-1925)

- Insegnante di matematica e geometria descrittiva in un *Istituto Tecnico*.
- Come ricercatore è noto per i *sottogruppi di Frattini*.
- Riteneva che la matematica potesse essere imparata solo “facendola”.

Concezione di geometria intuitiva

- Come prescrivono le istruzioni ministeriali, mi servo principalmente delle immagini delle figure per dare loro i nomi e per rilevare le loro proprietà più ovvie (Veronese 1901, VII)
- E nella prefazione alla seconda edizione: Queste nozioni devono ... essere riconosciute per vere, senza alcuna considerazione matematica all'infuori dell'osservazione, da tutte le persone dotate di mente sana.
- Veronese considera solo quelle figure che hanno un'effettiva rappresentazione in uno spazio di osservazione limitato. Neppure retta e piano illimitati, ...

Concezione di geometria intuitiva

- Si ebbe cura che la verità geometrica scaturisse dall'osservazione immediata delle cose, perché in ciò è l'essenza del metodo intuitivo. ... L'intuizione ... indirizza alle prime indagini (Frattini 1901).
- Rette e piani sono illimitati fin dall'inizio

Nozioni Preliminari

Veronese: *oggetti* (tavolo, casa..) e loro *proprietà* (colore, peso..). **Le idee astratte si producono in noi se consideriamo solo alcune di tali proprietà.** Punti materiali (granelli di sabbia) portano al concetto astratto di punto, linee materiali (un filo di cotone) portano al concetto astratto di retta, la quale è definita sia con esempi pratici (il tratto di una matita) che come *sistema lineare di punti* (anticipazione...); una pagina di libro conduce al concetto di superficie

- esistono punti distinti; linee aperte e chiuse; una retta ha due ordini di percorrenza; un punto X divide una retta in due classi; vi sono punti esterni e interni ad un segmento;

....

Nozioni preliminari

Frattini: nozioni preliminari simili a Veronese; linguaggio più semplice e conciso.

... il verso di una linea è stabilito dalla successione A, B, C, indicante più posizioni consecutive del punto che la genera.

La retta infinita è illustrata da un filo elastico.

Sono illustrate proprietà (di fatto assiomi di *incidenza*) per il piano (per mezzo di un filo) e per lo spazio (per mezzo di un foglio di carta)

La distanza è definita come misura di un segmento

--> la retta è la *minima distanza* fra due punti.

Intuizione degli assiomi

- Nessuno dei due autori menziona la parola *assioma*, ma entrambi li introducono tramite esempi pratici.
- Come Frattini nelle nozioni preliminari, **Veronese** presenta gli assiomi di incidenza per il piano e per lo spazio, e aggiunge anche gli assiomi di *congruenza*.

Un segmento di una retta non è congruente ad una sua parte, per esempio il segmento AB della figura non è congruente a CD. Ciò può essere verificato ad occhio, o con una striscia di carta o con il compasso.



- Veronese enuncia in modo più astratto le proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva dell'uguaglianza di segmenti.

Dimostrazioni

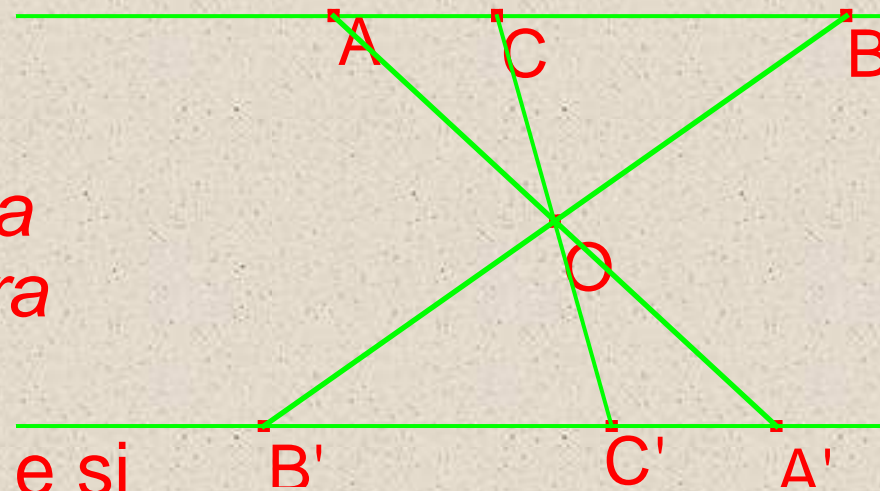
Veronese - una sola
"dimostrazione"

La figura opposta di una retta
rispetto ad un punto è un'altra
retta.

Abbiasi infatti una retta ABC e si
costruisca la figura opposta $A'B'C'$
rispetto ad O . Si verifica col
compasso, oppure ricalcando la
figura AOB su una carta da lucidi e

Due rette sono parallele se sono simmetriche rispetto
a un punto

Proprietà evidenti possono inizialmente essere trattate
come assiomi, e che si determinano da una dimostrazione
Bigeon'sa.



Dimostrazioni

Frattini - alcune dimostrazioni pratiche in più, più peso alle proprietà dei poligoni.

In un piano per un punto a una retta si può condurre una perpendicolare, e non si può condurre che quella (p.21). Si pieghi infatti il piano, quasi immenso foglio di carta, per ottenerne l'angolo retto; e si faccia in modo che, delle piegature, una segua la retta alla quale si vuol condurre la perpendicolare, e l'altra contenga il punto pel quale la perpendicolare deve passare. Quindi si spieghi il foglio, e vi si vedrà impressa la traccia della perpendicolare dal punto alla retta..

Dimostra in modo classico che la somma degli angoli di un triangolo è uguale a 2 retti, *assumendo* l'uguaglianza degli angoli alterni interni.

Dimostrazioni

Frattini

Le diagonali di un parallelogramma si dividono scambievolmente per metà (p.33).

Se infatti il parallelogrammo ... venisse staccato dal foglio del disegno, esso lascerebbe un vuoto che potrebbe essere colmato, o rimettendo il parallelogramma nella posizione di prima, o mettendo l'angolo A segnato con archetto sull'eguale C, il lato AD sull'eguale CB e il lato AB sull'eguale CD. In tal modo le diagonali della figura, sebbene rovesciate, tornerebbero nella posizione di prima. Lo stesso farebbe il loro punto di incontro. E i due segmenti OC e OA si scambierebbero: segno che sono uguali..

Operando con piegature, ritagli, o aste unite da una cerniera, Frattini dimostra altre proprietà di triangoli e parallelogrammi.

Dimostrazioni

Veronese mostra solo la seguente figura, ed enuncia definizioni elementari di triangoli, quadrilateri, poligoni e circonferenza senza indicarne le proprietà.

QuickTime™ e un
decompressore TIFF (Non compresso)
sono necessari per visualizzare quest'immagine.

I movimenti

Le trasformazioni geometriche (isometrie) sembrano adatte ad una introduzione intuitiva della geometria: come *strumento*. I movimenti possono essere eseguiti sperimentalmente. Entrambi gli autori ne fanno uso per il trasporto di segmenti.

Veronese 1897: I postulati geometrici [...] bastano per lo svolgimento razionale della geometria, non bastano però per le applicazioni di essa nell'ambiente esterno. Questo mezzo pratico [...] ci è fornito dal movimento dei corpi [...].

Costruzioni geometriche

Nel suo testo, Veronese assegna esercizi di disegno a mano libera (tracciare una retta punteggiata, costruire un segmento uguale ad un altro segnando anche alcuni punti corrispondenti, costruire la simmetrica di una figura rispetto ad un centro).

Nell'ultimo capitolo compaiono le costruzioni geometriche che “non hanno altro fine che di far meglio acquistare con la pratica del disegno l'intuizione netta delle forme geometriche, di cui devono poi studiarne la struttura col puro ragionamento”.

I teoremi sono utilizzati tacitamente.

Costruzioni geometriche

Anche **Frattini** presenta le costruzioni geometriche alla fine del testo, ma cerca di giustificarle usando le proprietà dei poligoni.

Un esempio:

la costruzione della perpendicolare ad una retta per un punto esterno ad essa.

- **Veronese**

Introduce gli assiomi per anticipare quello che gli alunni vedranno in seguito.

- **Frattini**

Presenta alcune dimostrazioni con metodi pratici. Cerca di coinvolgere gli alunni “immaginando” materiali concreti.

Altri libri di testo

- **Costanzo e Negro (1905)**. Non ci sono argomentazioni di carattere sperimentale né dimostrazioni, ma troviamo spesso la frase “l’esperienza insegna e la geometria elementare dimostra..” o “con la solita verifica sperimentale...”
- **Veronese (1907)** aggiunge alcune verifiche pratiche (costruire un triangolo equilatero con un foglio di carta), ma presenta anche vere e proprie dimostrazioni (per es. sull’uguaglianza degli angoli alterni interni).
- **Pisati (1907)**. “i risultati ottenuti sembrano dimostrare che nelle scuole medie inferiori voler prescindere interamente dall’indirizzo formale sarebbe grave errore. Le menti degli alunni nei primi anni sono di natura formaliste... L’insegnamento intuitivo della geometria non è poi più facile di quello formale”.

Il testo presenta teoremi e dimostrazioni classiche.

Ulteriori sviluppi

- **1905**, il Ministro Bianchi ricorda di rifuggire da esposizioni e dimostrazioni fatte in modo astratto, e di usare semplici ragionamenti induttivi per l'insegnamento delle verità richieste dal programma.
- 1905 - 1909 Commissione Reale (membro Giovanni Vailati) propone di basare l'insegnamento della geometria su esercizi grafici e sulla costruzione di figure. [Lettera di Veronese a Vailati.](#)
- **1923**, riforma Gentile. L'insegnamento della geometria non deve avere altro scopo che quello di mantenere vivo il ricordo delle nozioni geometriche apprese nelle scuole elementari e di fissare bene la nomenclatura.

- Il testo di Severi (1926)

Francesco Severi (1879 - 1961) noto per i contributi alla geometria algebrica. Caposcuola della Scuola Italiana di geometria algebrica dopo Enriques e Castelnuovo. Divenne *Rettore* dell'Università di Roma, si occupò di politica e aderì al partito fascista.

Nonostante la prefazione entusiastica del ministro, il testo di Severi contiene numerosi teoremi (fino a quelli sugli angoli al centro e alla circonferenza), dimostrati in modo classico, salvo introdurre i movimenti (rotazione e simmetria) come ausilio alla dimostrazione, evitare la parola teorema e presentare gli assiomi con metodi pratici.

Ma nel 1919....Severi:

- Bisogna che nei primi gradi delle scuole (scuole elementari e scuole medie) l'insegnamento della matematica sia esclusivamente intuitivo. Col taglio della carta, coi modelli e con mille altri accorgimenti di cui si trovano esempi nei libri di testo inglesi, bisogna suscitare la "curiosità" degli allievi. Specialmente la geometria si dovrà considerarla, in questa fase, come una vera e propria scienza fisica.
- Resterà quel che resterà; ma intanto il grosso della scolaresca non sarà stato ributtato da difficoltà insormontabili fin dalle prime lezioni ed avrà almeno imparato quel tanto che era possibile...

1940. Vengono unificati, nella *Scuola Media*, i trienni inferiori del ginnasio, della scuola tecnica e dell'istituto magistrale.

Per quanto riguarda la geometria le avvertenze suggeriscono di **valorizzare le proprietà evidenti attraverso numerosi e convenienti esempi ed esercizi, che possano talvolta anche acquistare carattere dimostrativo...**

Ugo Amaldi - 1941

Amaldi (1875-1957). Professore di Algebra e Geometria in varie Università. Ricerche sui gruppi continui di trasformazioni. Libri di testo con Federigo Enriques.

Amaldi arresta completamente il processo di *razionalizzazione* della geometria. Misure e costruzioni geometriche sono integrate con gli altri argomenti. Molte figure a riferimenti alla vita reale. Per conoscere la somma degli angoli di un triangolo, suggerisce di ripiegare le punte di un triangolo di carta in modo da affiancarle, verificando così che esse formano un angolo piatto.

Suggerisce di tagliare e piegare per verificare varie proprietà dei quadrilateri.

1945. Dopo la fine della guerra una Commissione nominata dai Governi Alleati formula dei programmi poi ripresi dal MPI ed estesi a tutto il territorio nazionale. Il programma per la scuola media torna all'aspetto pratico e sperimentale.

1948 Emma Castelnuovo

Geometria Intuitiva

- procede sulla scia del testo di Amaldi, con disegni, figure, riferimenti alla realtà e integrazione delle costruzioni e delle misure.

- il libro, per la prima volta, si rivolge allo studente, non solo per chiedergli di seguire un ragionamento o di fare una verifica, ma per porre problemi.

Ma quale significato – mi chiederete – ha l'affermazione che per due punti distinti A , B passa una sola retta? Come si potrebbe pensare il contrario?

Castelnuovo, 2008:

Lo studio delle aree, motivato dal concreto, è preceduto, come fa il Clairaut, dal disegno con riga e compasso di vari poligoni. Mi sembrava, così, di operare in modo concreto. Ma poi mi sono resa conto che la costruzione di una figura con riga e compasso vincola la libertà di pensiero per il fatto che porta a considerare solo un numero finito di casi: il disegno, per la sua staticità, non stimola l'osservazione e non può quindi condurre a fare scoperte. Ho capito che la costruzione di figure geometriche va fatta con un materiale, un qualcosa che si maneggia, che si fa e si disfa..

Conclusioni

- La metodologia è legata al periodo storico: al concetto di scuola, all'attenzione per lo studente.. Alla ricerca nel campo della didattica della matematica.
- I matematici hanno influito sui programmi, e la maggior parte di essi era in favore del rigore; ma anche tra gli insegnanti ...
- L'aspetto che appare rilevante per un approccio intuitivo è il ruolo attivo dell'alunno. In diversi momenti i programmi hanno cercato di negare questo ruolo, ed esso è stato interpretato diversamente dai vari autori. Emma Castelnuovo ha aperto la strada all'uso dei materiali concreti.