

# *La modellistica contemporanea fra descrizione della realtà, metafore e mito*

Giorgio Israel

Dipartimento di Matematica dell'Università di Roma "La Sapienza"

Il tema centrale del mio intervento riguarda un complesso di problemi sollevati dagli sviluppi recenti della modellistica matematica. Vorrei iniziare cercando di eliminare alcuni equivoci inerenti alla locuzione stessa di "modellistica matematica". Il termine "modello" è molto antico, si tratta di una parola di significato molto vasto, se non universale, che non ha di per sé alcun contenuto matematico. Oggigiorno il termine "modello matematico" e, più in generale, il termine "modello" nella ricerca scientifica, è estremamente diffuso e viene impiegato in modo alquanto indiscriminato, talvolta per caratterizzare delle costruzioni concettuali scientifiche del passato con le quali esso in realtà ha poco a che fare. La "modellistica" è invece una prassi scientifica assai recente, i cui inizi possiamo far risalire agli anni venti del nostro secolo e la cui denominazione è entrata nell'uso comune soltanto nel secondo dopoguerra. Questa osservazione è assai importante, perché non dobbiamo lasciarci fuorviare dal significato e dall'uso universale del termine "modello". La storia della scienza insegna a cogliere i significati storici temporalmente ben determinati che si nascondono dietro terminologie molto generali se non generiche. Nel corso dello sviluppo storico non vengono create denominazioni nuove per ogni nuovo concetto, ma vengono per lo più usate antiche denominazioni per designare contenuti nuovi. Lo storico francese Marc Bloch ha osservato molto acutamente che, se la scienza dovesse per ogni nuova scoperta cercare dei nuovi appellativi, le accademie sarebbero occupate soltanto a fare battesimi e a perdere tempo!... Molti termini, nel corso del processo storico, servono da rivestimento a concetti profondamente diversi. Così, l'uso attuale del termine modello matematico, fa riferimento a qualcosa che non può essere proiettato all'indietro per denotare forme di prassi scientifica dei secoli passati. Altrimenti si rischia di appiattire tutto e di non cogliere più alcuna differenza: potremmo credere o far credere che scienziati come Galileo, d'Alembert o Fourier elaborassero dei "modelli" della realtà fisica, come fa oggi gran parte dei fisici o dei matematici contemporanei, ma ciò sarebbe assolutamente falso. Di fatto, se volessimo dare una definizione estremamente schematica di cos'è un "modello matematico", potremmo dire che esso è una *struttura formale vuota*, intendendo con il termine "formale", che essa è espressa nel linguaggio della matematica. Tale struttura è talvolta ispirata a dei contesti empirici specifici o può essere riempita di contenuti empirici specifici. Per usare un'efficace espressione di Nicolas Bourbaki (pseudonimo di un famoso gruppo di matematici francesi molto attivi negli anni quaranta e cinquanta) si tratta di uno "schema vuoto di realtà possibili": le realtà che danno valore empirico al modello possono quindi esistere ma anche non esistere. Questa è di fatto l'idea di modello con cui opera la modellistica matematica contemporanea.

Un siffatto approccio rappresenta (e ha rappresentato negli anni venti) una rottura radicale con il modo di procedere della scienza classica, e in particolare della scienza fisica matematica classica, così come esso si è configurato fino agli inizi di questo secolo. Il modo di procedere della fisica matematica classica era basato su un principio oggettivistico piuttosto stretto. Secondo questo principio, la realtà è una e una soltanto ed è governata da leggi determinate e di valore universale, essa è situata completamente al di fuori di chi la osserva e all'osservatore esterno (lo scienziato) compete di cercare e

scoprire quelle leggi che la governano. Insistiamo sul fatto che il postulato della distinzione fra osservatore e fatti osservati ha un ruolo fondamentale in questa concezione: l'osservatore è esterno alla realtà ed esiste una e una sola interpretazione e descrizione di questa realtà. Questa *distinzione* e questa *univocità* sono l'espressione della visione *oggettivistica* della scienza fisico-matematica classica. La conseguenza di tale idea sul piano della rappresentazione matematica dei fenomeni è estremamente chiara e importante: per ogni classe di fenomeni della stessa natura esiste un'equazione (differenziale) rappresentativa, che è proprio "la" equazione di quella classe di fenomeni. Secondo il famoso fisico-matematico ottocentesco J. Fourier, *la natura è estesa quanto l'analisi matematica*. I fenomeni del calore sono descritti da un'equazione differenziale ben precisa — l'equazione della propagazione del calore, introdotta dallo stesso Fourier — così come i fenomeni del moto sono retti dall'equazione di Newton. Altrettanto dicasi per tutti i processi fisici in cui è presente un "potenziale", i quali sono descritti dall'equazione di Laplace; o per le vibrazioni delle corde e le propagazioni delle onde che possiedono un'equazione rappresentativa specifica. Il trionfo di questa visione è forse rappresentato dalla formulazione delle equazioni di Maxwell che racchiudono in forma quasi magica, in un sistema di quattro equazioni differenziali, tutte le proprietà fisiche del campo elettromagnetico. I grandi successi, anche applicativi, di questo tipo di descrizione matematica della realtà, furono il fondamento del trionfo della fisica matematica classica.

Esiste quindi una corrispondenza per così dire "biunivoca" fra matematica e realtà, che traduce in modo brillante e efficace il postulato dell'oggettivismo. Sappiamo peraltro che questo punto di vista — sia per quanto riguarda la separazione fra osservatore e fenomeni osservati, che la universalità della rappresentazione matematica e la sua "coestensione" con la realtà fisica — è entrato in crisi dall'interno stesso della fisica, in gran parte a causa dello sviluppo delle teorie quantistiche. La meccanica quantistica, in particolare, ha posto il problema cruciale dell'ineliminabilità del ruolo dell'osservatore nella teoria fisica. L'osservatore non è più esterno alla realtà oggettiva e alla sua rappresentazione scientifica, ma deve restarvi dentro: egli perturba l'osservazione in modo ineliminabile e deve essere incluso nella descrizione matematica dei fenomeni (almeno microscopici). In tal modo il postulato dell'oggettivismo è stato messo in discussione all'interno della fisica stessa. Non è un caso che lo sviluppo della modellistica matematica sia nato contemporaneamente a questo rivoluzionario sviluppo interno alla fisica.

E' ben vero che, anche nella fisica matematica classica si sapeva che la "coestensione" fra matematica e realtà non aveva le caratteristiche desiderate di un rapporto biunivoco armonioso e perfetto: lo studio di situazioni empiriche differenti poteva dar luogo a strutture matematiche simili, in certi casi addirittura la stessa. Ma queste situazioni venivano considerate come la manifestazione di armonie naturali prestabilite di cui era necessario comprendere il senso profondo.

Il modo in cui la modellistica matematica concepisce queste identità — il fatto che lo stesso schema matematico sia capace di descrivere situazioni talora lontanissime — non ha più a che fare con l'idea dell'esistenza di "armonie prestabilite", anche se gli scienziati non sono e non sono mai stati alieni da visioni metafisiche e persino mistiche. Il punto è che — nonostante esista un evidente legame di continuità con la visione ottocentesca secondo cui esistono analogie nella rappresentazione di fenomeni diversi — l'approccio è ribaltato. Nella scienza classica si partiva dai fatti, dai fenomeni (sia pure considerati concettualmente e non necessariamente per via sperimentale) per pervenire alla matematica. Mentre la modellistica matematica parte dalla *struttura*, dall'*equazione*, che può essere *successivamente* riempita di contenuti empirici

anche diversissimi tra loro. La capacità del modello di descrivere diverse realtà non è allora tanto l'espressione dell'esistenza di armonie scoperte per via empirica o sperimentale, quanto se mai l'espressione del fatto che la realtà è strutturata in forma matematica. Il platonismo inerente a una visione del genere è del tutto evidente. Il fatto che questo approccio astratto e formale sia la caratteristica fondamentale della modellistica matematica moderna è stato messo in luce chiaramente dal fondatore della teoria dei sistemi, Ludwig von Bertalanffy. Nella sua visione, la teoria dei sistemi, riflette tutti gli elementi caratterizzanti la matematica applicata contemporanea e la modellistica matematica: uno dei concetti fondamentali della teoria dei sistema è difatti l'idea dell'*isomorfismo delle leggi*. Secondo questo punto di vista, quel che conta non è più il fenomeno ma la struttura, il modello, lo schema vuoto di realtà possibili: è quest'ultimo il *prius* della prassi di analisi matematica della realtà, e non più il fenomeno.

Vorrei a questo punto citare un esempio storico, tra i tanti, per illustrare gli sviluppi che ho tentato di definire in modo generale. Un prototipo di "modello matematico" è rappresentato dall'oscillatore non lineare "con rilassamento", introdotto negli anni venti dall'ingegnere olandese B. Van der Pol. Van der Pol era un ingegnere della Philips e lavorava su questioni relative a circuiti elettrici in cui erano inseriti triodi, tubi a neon e apparati consimili (per comprendere le ragioni di tale interesse non bisogna dimenticare che siamo nell'epoca del grande sviluppo delle trasmissioni radio). Esaminando la questione da un punto di vista molto applicativo, se non pratico, egli aveva rilevato una grande difficoltà matematica nella rappresentazione di un circuito elettrico di tipo tradizionale in cui fosse inserito uno degli apparati sopradetti. Vediamo grossolamente di che si tratta. Se prendiamo un circuito elettrico del tipo più semplice — il cosiddetto circuito RLC (resistenza, induttanza, capacità) — in cui sia inserita una forza elettromotrice costante, l'equazione tradizionalmente utilizzata per rappresentare l'oscillazione dell'intensità di corrente è nient'altro che l'equazione di un oscillatore smorzato (in parole povere, la stessa che serve a descrivere il moto di un pendolo con attrito). Infatti, le oscillazioni della corrente in un circuito del genere si smorzano fino ad annullarsi, e per questo il circuito viene chiamato circuito passivo. I circuiti esaminati da Van der Pol presentavano invece un comportamento alquanto differente; si manifestava in essi la presenza di una sorgente di energia che faceva crescere l'ampiezza delle oscillazioni, quando tale ampiezza fosse abbastanza piccola; altrimenti, si verificava il consueto processo di smorzamento. Per oscillazioni di piccola ampiezza si era dunque in presenza di una situazione corrispondente ad uno schema matematico inverso rispetto a quello dell'oscillatore smorzato: si trattava cioè del caso di un oscillatore "forzato". Naturalmente, l'equazione dell'oscillatore forzato non serviva affatto a rappresentare il fenomeno rilevato da Van der Pol, perché essa implicava una crescita all'infinito dell'ampiezza delle oscillazioni, ovvero un fenomeno fisicamente impossibile. In definitiva, la resistenza del circuito di Van der Pol, non obbediva alla legge di Ohm classica, la quale stabilisce un legame di proporzionalità fra il potenziale e l'intensità di corrente, essendo dato il rapporto di proporzionalità da una costante che è, per l'appunto, la resistenza. Qui, al contrario, la resistenza sembrava dipendere dall'ampiezza delle oscillazioni. Se l'ampiezza delle oscillazioni era grande (al di sopra di un certo valore critico), le oscillazioni si smorzavano come in un circuito ordinario. Ma se la resistenza era piccola (al disotto del valore critico), esse invece si amplificavano. D'altra parte, in corrispondenza al valore critico della resistenza che era la soglia di separazione dei due comportamenti, le oscillazioni assumevano un comportamento periodico, anche se non uguale a quello delle classiche oscillazioni sinusoidali. L'idea di Van der Pol fu assai semplice:

costruire un modello puramente matematico capace di descrivere questa nuova situazione. Il valore per cui si aveva un'oscillazione periodica era uno solo e, per poco che lo si perturbasse, si ottenevano oscillazioni forzate o oscillazioni smorzate che tendevano tuttavia ancora all'oscillazione periodica, ovvero a "sincronizzarsi" con essa. Un simile andamento periodico è quindi "unico" ma non per questo improbabile: al contrario, qualsiasi stato del sistema tende a ricondursi a quell'andamento che quindi caratterizza completamente il comportamento del sistema stesso. Un ciclo periodico del genere è detto in matematica, *ciclo limite*. Una situazione del genere era stata scoperta una trentina di anni prima da Poincaré nello studio della meccanica del problema dei tre corpi, ma non era stata approfondita in contesti fisici più ampi. L'equazione di Van der Pol rappresenta invece il primo prototipo matematico di questa classe di fenomeni fisici in cui una sola oscillazione ha carattere periodico e tutte le altre oscillazioni del sistema hanno ampiezza crescente o decrescente, ma comunque tendente a sincronizzarsi con quella periodica.

Si tratta di un prototipo assai importante perché esso rende conto di oscillazioni che si trovano effettivamente in natura. Sappiamo bene che i processi di carattere periodico hanno un ruolo fondamentale in tutti i fenomeni naturali. E questo non soltanto perché sono diffusissimi, ma perché, dal punto di vista matematico, ogni funzione avente un minimo di proprietà di regolarità può essere espressa mediante una serie di Fourier, il che è quanto dire che il fenomeno descritto da quella funzione può essere pensato come una sovrapposizione di fenomeni periodici. Tuttavia, il classico schema matematico delle oscillazioni periodiche, ovvero l'*oscillatore armonico* (che generalizza il comportamento di un pendolo senza attrito), è un fenomeno limite che non esiste in natura e che è soltanto il frutto di un'astrazione mentale: l'eliminazione dell'attrito nella rappresentazione concettuale (e matematica) di un fenomeno). Consideriamo difatti un comune orologio a pendolo: gli orologi a pendolo sono stati inventati qualche secolo prima che i matematici "scoprissero" i cicli limite — il che, se non altro, testimonia quanto sia discutibile il luogo comune secondo cui la matematica anticipa la conoscenza dei fenomeni fisici. Ebbene, l'equazione dell'oscillatore armonico è del tutto inadeguata a descrivere il moto di un orologio a pendolo. Molti pensano che un orologio a pendolo sia un oggetto assai simile a un pendolo senza attrito. Il contrario è vero, perché il principio stesso del funzionamento di un orologio a pendolo è basato sull'idea che l'orologio riceva un *input* energetico (la carica) che compensa la dissipazione di energia dovuta all'attrito: quindi il problema del bilancio energetico dovuto all'attrito è proprio il nucleo pratico e concettuale del funzionamento dell'orologio. Questo bilancio energetico è descrivibile proprio nei termini dello schema matematico del ciclo limite: l'orologio a pendolo è sincronizzato su una oscillazione periodica ben precisa e, se si tenta di modificarne le caratteristiche, ci si trova nelle situazioni descritte dai circuiti di Van der Pol. Se si "frena" l'oscillazione dell'orologio, l'attrito diminuisce (perché diminuisce l'ampiezza dell'oscillazione), e allora aumenta l'ampiezza che si riporta a poco a poco sul livello standard periodico; se si dà una spinta al pendolo dell'orologio, l'attrito crescerà e il bilancio energetico negativo fra input della carica e output dell'attrito, porterà a una diminuzione delle oscillazioni fino a che esse si sincronizzino sul livello standard. In corrispondenza a questo livello otteniamo quindi un ciclo limite del tipo di quello di Van der Pol. Osserviamo di passaggio che è ben singolare il fatto che la fisica non sia stata capace di fornire prima di allora lo schema matematico "giusto" per descrivere un apparato così comune a antico come l'orologio a pendolo. La spiegazione di ciò ci porterebbe lontano e non possiamo qui affrontarla: essa è legata al predominio incontrastato che gli schemi matematici *lineari* hanno avuto fino a tempi molto recenti nella descrizione dei fenomeni fisici. Soltanto a partire dagli

anni sessanta del nostro secolo la *non linearità* è stata riconosciuta come uno schema concettuale fondamentale nello studio di tanti fenomeni fisici "complessi". Non c'è dubbio che lo sviluppo dell'approccio non lineare sia strettamente legato allo sviluppo della modellistica matematica e della matematica applicata.

Ma torniamo al nostro tema. Orologio a pendolo e circuiti: due oggetti diversissimi fra loro che condividono una caratteristica tanto importante da definire il loro comportamento. Ma potremmo andare molto più in là: un gran numero di fenomeni, che oggi chiamiamo di *feed-back*, possono essere descritti entro uno schema di questo genere. Un fenomeno di *feed-back* è un fenomeno per cui il sistema reagisce a una perturbazione esterna cercando di ripristinare le condizioni precedenti. Il "modello" di van der Pol è quindi uno schema vuoto che può essere riempito di un gran numero di realtà "possibili". Ciò era chiaro — forse fin troppo... — allo stesso Van der Pol. Nell'articolo del 1926 in cui presentava la sua equazione, egli sviluppava le seguenti considerazioni che, se appaiono azzardate persino oggi, non potevano che apparire stravaganti in un'epoca in cui l'approccio modellistico era soltanto agli inizi: «Alcuni esempi di oscillazione con rilassamento sono: l'arpa eoliana, il martello pneumatico, il rumore cigolante di un coltello sul piatto, la fluttuazione di una bandiera al vento, il rumore vibrante che fa qualche volta un rubinetto d'acqua, il cigolio di una porta, etc. etc. [segue un elenco di apparecchiature elettriche], la manifestazione periodica delle epidemie, le crisi economiche, la densità periodica di un numero pari di specie animali che vivono insieme e in cui una specie serve di nutrimento all'altra, il sonno dei fiori, la manifestazione periodica dei temporali dopo una depressione, la depressione atmosferica, i brividi di freddo, le mestruazioni e il battito cardiaco». Di questo lungo elenco è rimasto ben poco: in sostanza soltanto l'idea di descrivere il battito cardiaco con un ciclo limite, secondo un modello di cui la prima forma fu enunciata dallo stesso Van der Pol. Qualche interesse ha l'idea di descrivere con un ciclo limite la manifestazione periodica delle crisi economiche (utilizzata in alcuni modelli di economia matematica elaborati negli anni cinquanta), nonché la densità periodica del numero di specie animali. Ma niente più. Qual'era dunque il fondamento empirico delle intuizioni di Van der Pol, visto che gran parte di esse non hanno dato frutti?

L'approccio di Van der Pol è completamente diverso da quello classico: il punto di partenza è l'analogia con un comportamento empirico considerato a priori, seguendo una sorta di "intuizione formale"; quindi, a posteriori si tenta di fare rientrare dentro lo schema formale (il "modello") le realtà che si ritiene essere coerenti con esso, cercando di trovare i parametri empirici corretti per eseguire delle verifiche empiriche o sperimentali. Se l'intuizione non "funziona" non è un dramma: essa verrà abbandonata. E' il prezzo che occorre pagare per un approccio che parte da un'analogia in cui l'aspetto di carattere sperimentale o empirico è quasi inesistente ed è riservato ad una fase successiva. La grande fertilità di questo approccio che risiede nella sua quasi totale "libertà" (il solo punto di riferimento è un'intuizione più o meno vaga) paga il prezzo della incertezza circa il suo valore applicativo e dell'obbligo di essere pronti ad abbandonare le ipotesi empiriche con la stessa facilità con cui esse erano state formulate. Nella costruzione del modello del battito cardiaco, l'analogia empirica è davvero fumosa e manifesta la sua validità soltanto a posteriori, attraverso la costruzione effettiva di un apparato tecnico, basato concettualmente sul modello matematico, il quale produce un elettrocardiogramma simile a quello del cuore umano. Ma la verifica sperimentale è tutta spostata in avanti dal punto di vista del metodo. In conclusione, l'esempio del modello di Van der Pol fornisce un eccellente paradigma delle caratteristiche della modellistica matematica contemporanea.

Vorrei a questo punto discutere le implicazioni positive e negative dell'approccio modellistico. Prima di tutto bisogna sottolineare che tale approccio implica un completo abbandono della visione unitaria, oggettivistica, tradizionale e in parte anche della visione sperimentalistica, quella che, per esempio, era stata chiaramente codificata da Fourier e che la fisica matematica dell'Ottocento aveva tenuto saldamente ferma. Un secolo dopo la *Teoria analitica del calore* di Fourier, Poincaré scrisse la sua "teoria analitica del calore" e il suo trattato iniziava osservando che il metodo principe della fisica matematica era tuttora quello prescritto da Fourier. I passi di questo metodo era ben definiti: si trattava di partire dall'analisi empirica del fenomeno e di ricavare le proprietà fondamentali che lo caratterizzano, quindi di dedurre le equazioni differenziali che descrivono tali proprietà, e infine fare una trattazione analitica e numerica delle equazioni per stabilire un confronto sperimentale fra soluzioni matematiche e fenomeni; ciò avrebbe consentito di perfezionare le equazioni soprattutto in relazione a una serie di casi particolari. La modellistica matematica non si richiama più a un codice di questo genere e segue un procedimento analogico assai più "libero". Occorre sottolineare che la prassi scientifica inerente alla modellistica è legata a un cambiamento del contesto sociologico dei ricercatori: Van der Pol è un ingegnere della Philips che lavora con dei canoni assai diversi da quelli dello scienziato tradizionale. Più in generale, coloro che lavorano nel campo della modellistica matematica e della matematica applicata hanno provenienze diverse (ingegneria, economia, biologia, medicina, scienze attuariali, etc.) e si aggregano progressivamente in una nuova comunità di ricercatori autonoma rispetto a quelle tradizionali. Le vicende dei primi congressi dei "matematici applicati" forniscono elementi importanti per ricostruire la storia della nascita di questa nuova comunità. Occorre anche qui fare una precisazione terminologica. Il termine "matematica applicata" è assai generale, se non generico, e alla lettera indica soltanto una matematica che viene usata nelle applicazioni, cioè nello studio dei fenomeni: in tal senso, la matematica applicata includerebbe gran parte della fisica. Ma le cose non stanno così: il termine "matematica applicata" non fu mai usato prima degli inizi del Novecento e servì, all'inizio, a denotare un complesso di applicazioni della matematica che non rientravano nelle tematiche tradizionali della fisica, o addirittura riguardavano fenomeni non fisici, come quelli biologici, economici, sociali. Uno dei primi e più famosi "matematici applicati", fu Theodor von Kármán, un fisico matematico tedesco che è oggi considerato uno dei "padri" della teoria della turbolenza e di una serie di sviluppi scientifici che costituiscono le premesse della odierna teoria dei sistemi "caotici". Gran parte del mondo scientifico ufficiale considerò con una certa sufficienza i primi sviluppi della matematica applicata, con alcune notevoli eccezioni, come il famoso matematico italiano Tullio Levi-Civita che appoggiò lo sviluppo di queste nuove ricerche e frequentò assiduamente i congressi dei matematici applicati.

Con una definizione un po' schematica ma abbastanza precisa, potremmo dire che la matematica applicata è un settore di ricerca che nasce verso l'inizio del Novecento, che ha come principale metodologia di ricerca l'utilizzazione di modelli matematici e che sceglie come temi di ricerca alcuni argomenti allora "marginali" della ricerca fisica — in particolare i fenomeni di turbolenza e lo studio dei fenomeni essenzialmente non lineari — nonché i temi della matematizzazione dei processi non fisici (biologia, economia, scienze sociali, etc). Sottolineiamo ancora una volta che, negli anni venti, trenta e anche quaranta, la teoria della turbolenza e l'uso dei metodi non lineari venivano considerati dalla fisica e dalla fisica matematica ufficiali (con l'eccezione della scuola russa) come una sorta di stravaganza, mentre a partire dagli anni sessanta si è riconosciuto il grande interesse di quei temi e la fertilità dei metodi

non lineari.

Per quanto riguarda l'applicazione della matematica alle scienze non fisiche, in particolare alla biologia ed alle scienze economiche e sociali, gli anni venti segnano la nascita della biomatematica e lo sviluppo delle tendenze moderne dell'economia matematica. Nell'arco di tre anni, dal 1924 al 1926, esplose lo studio della dinamica delle popolazioni (soprattutto ad opera di A.J. Lotka e V. Volterra), la genetica delle popolazioni (ad opera di Haldane, Wright e Fischer) e le nuove tendenze della teoria matematica delle epidemie (con il contributo fondamentale di Kermack e McKendrick). Nel campo dell'economia matematica John von Neumann dimostra il primo teorema di equilibrio economico generale, indirizza le ricerche secondo tecniche matematiche (analisi convessa e uso dei teoremi di punto fisso) che saranno il punto di riferimento per più di mezzo secolo e fonderà (assieme a E. Borel) la teoria dei giochi e le sue applicazioni all'economia. Si può ben dire che quel triennio degli anni venti sia un periodo "magico" per lo sviluppo della modellizzazione matematica delle scienze non fisiche.

Nella modellistica matematica un ruolo fondamentale è assunto dalle *metafore*: potremmo anzi dire che, in un gran numero di casi, il modello matematico è nient'altro che una metafora in linguaggio matematico... Il modello di Van der Pol è una metafora dell'oscillatore con rilassamento e di un'ampia classe di fenomeni di *feed-back*. Per converso, le metafore hanno talora un ruolo cruciale nella formazione dei modelli matematici, il che offre degli evidenti vantaggi sul piano dell'intuizione; ma, come abbiamo visto, la "libertà" e l'intuizione vengono pagate al prezzo di una certa mancanza di rigore. Dobbiamo a Federigo Enriques delle profonde osservazioni sulle connessioni esistenti tra l'uso della metafora e l'uso della rappresentazione geometrica che si ricollegano talvolta, secondo lui, a delle idee sottostanti di tipo metafisico.

Vorrei ora discutere molto brevemente un ultimo aspetto. La matematica applicata e la modellistica matematica moderna ci mettono di fronte a un paradosso: infatti, mentre la prassi scientifica cui esse si ispirano sono in certo senso conseguenza della crisi del riduzionismo e in particolare del meccanicismo classico, il meccanicismo rimane tuttavia l'unico linguaggio con il quale la modellistica matematica e la matematica applicata riescono a procedere. E' difficile far esempi di modelli matematici che non si riferiscano a schemi concettuali suggeriti dalla fisica o addirittura dalla meccanica. Nell'armamentario dei concetti utilizzati dalla modellistica matematica è difficile trovare nient'altro che delle metafore di carattere meccanico. Ad esempio, l'analisi storica dello sviluppo della biomatematica o della matematica applicata alle scienze socioeconomiche negli ultimi ottanta anni mette in evidenza il peso enorme che hanno avuto le metafore di carattere meccanico nella formazione dei modelli matematici in questi settori. Il meccanicismo, abbandonato e rifiutato a parole (dalla fisica moderna, prima ancora che dalla modellistica) sembra vendicarsi a posteriori. Il ricorso alle metafore meccaniche ha prodotto qualche volta dei risultati che ho definito, nel titolo di questa conversazione, delle forme *mitologiche*. Ad esempio, se analizziamo la storia dell'economia matematica, è facile constatare che essa è dominata in modo ossessivo dall'idea di equilibrio economico, cioè dal tentativo di dimostrare che il mercato ha la proprietà intrinseca di portarsi in equilibrio. Ciò ha avuto come conseguenza che tutti gli sforzi degli economisti matematici sono stati sempre e invariabilmente diretti a ricercare una dimostrazione dell'esistenza dell'equilibrio economico e di alcune sue proprietà fondamentali (come l'unicità e la stabilità). Questa proprietà magica del mercato è stata la stella polare di tutte le ricerche, nel corso di quasi un secolo di sforzi di carattere matematico, e tale è rimasta a dispetto di ogni risultato che mostrava la falsità di tale assunto. Non si può allora negare che siamo in presenza di un atteggiamento che non ha

radici e giustificazioni razionali o scientifiche (nel senso tradizionale del termine), ma è fondato soltanto su una credenza a priori, di natura quasi mitologica. L'equilibrio — o meglio, la capacità del mercato di portarsi in equilibrio — non è un risultato scientifico, e neppure una metafora di fatti noti o di conoscenze acquisite in modo oggettivo, ma soltanto un mito, come i tanti che costellano la storia dell'umanità e che sono serviti di guida per orientare le attività umane o sintetizzarne le aspirazioni.

Vorrei concludere con alcune considerazioni circa il ruolo del mito nella scienza. Un esempio può servire a spiegare come il mito si presenti qualche volta nella scienza, sotto le forme più inaspettate, e proprio dove la scienza sembra fondarsi su un approccio apparentemente oggettivista.

Mi riferirò al settore di ricerche impropriamente chiamato dell'"intelligenza artificiale" il quale ha origine nell'idea di von Neumann dell'analogia fra calcolatore e cervello umano. Il programma dell'intelligenza artificiale e l'idea su cui esso si fonda, e cioè che le funzioni del cervello siano riproducibili mediante un apparato tecnologico, sono un esempio perfetto di una visione di tipo mitologico operante nella scienza. In un libro dal titolo *God and Golem* (Dio e Golem) e dal sottotitolo *Un commento su certi aspetti in cui la cibernetica sfocia nella religione*, Norbert Wiener — uno dei padri fondatori della cibernetica — si propone di giustificare la sua convinzione circa la riproducibilità scientifica e tecnologica del pensiero umano. Per far ciò, egli si richiama a una problematica apertamente mistica, quella della antica leggenda kabbalistica del *Golem*. Il mito del *Golem* (*Golem* vuol dire "massa informe") comparve in forma letteraria nell'Ottocento; si raccontava che un rabbino di Praga fosse stato capace di costruire con l'argilla un essere animato, che faceva le funzioni di servitore e portava sulla fronte la scritta *emeth*, che vuol dire «verità». Il *Golem* aveva la preoccupante caratteristica di crescere sempre più. Tuttavia, era sufficiente cancellare la lettera iniziale, e *emeth* diventava *met* ovvero «morte»: il gigante di argilla crollava allora in pezzi. Ma un giorno divenne troppo alto; non fu possibile allora cancellare la lettera, e il mostro assunse proporzioni colossali e finì col distruggere tutto ciò che incontrava.

In realtà il mito del *Golem* è più complesso e affascinante del mito letterario ottocentesco, e ha un'attinenza diretta con il tema della creazione. Secondo l'antico mito kabbalistico, all'inizio Adamo era l'"informe" e invadeva con la sua massa di *Golem* tutto l'Universo. Egli era null'altro che la materia dotata però di un'anima tellurica, un'anima dotata di memoria, un po' come un calcolatore di oggi. A tale *Golem* Dio in seguito infuse un'anima superiore. Fu il peccato originale a determinare la "contrazione" di Adamo alle misere forme attuali. Il mito kabbalistico si pone il problema della creatività da parte dell'uomo, anziché di Dio: il *Golem* creato dall'uomo contempla un processo inverso, perché da luogo a una materia dotata di un'anima elementare mnemonica che crescendo invade l'intero universo fino a sfuggire al controllo del suo creatore umano.

Questo mito ruota quindi attorno alla problematica se l'uomo sia o non sia capace di realizzare un atto creativo simile a quello di Dio. Non parleremo certo qui delle infinite discussioni che si svilupparono attorno a questo tema. Diremo soltanto che, a un certo punto, prevalse la tesi che non è possibile per l'uomo riprodurre l'atto creativo in forma piena: le fonti della magia — osservò un kabbalista del Seicento — sono *ostruite* e la facoltà della creazione è persa per l'uomo. Ebbene, la tesi che Wiener sostiene nel suo libro è, in definitiva, che le fonti della magia sono finalmente disostruite, l'atto creativo è possibile, per Dio, per l'uomo e la macchina (che appartengono tutti al medesimo circuito). Egli scrive: «ho voluto affrontare il tema dell'attività creativa, da Dio alla macchina, entro un solo sistema di concetti: la macchina è la controparte moderna del *Golem*. Ora, poiché io ho insistito nel discutere l'attività creativa entro un solo



punto di vista e non parcellizzandola in pezzi separati appartenenti rispettivamente a Dio, all'uomo e alla macchina, non penso di essermi permesso nulla più di una normale libertà col chiamarla in questo libro *God and Golem inc.*». Wiener non tenta di giustificare questa fede nell'unicità dell'atto creativo (che abbraccia insieme la creazione divina e umana, l'uomo e la macchina) con dei ragionamenti o delle dimostrazioni di carattere scientifico e neppure filosofico. Egli la presenta coraggiosamente ed esplicitamente come una convinzione tratta da una serie di considerazioni che non aspirano affatto alla dimostrazione ma sono il riflesso di una "scelta". Noi diremo anzi che si tratta di una convinzione metafisica che si esprime nel linguaggio del mito.

La scienza contiene, oggi come ieri, non soltanto oggettività ma anche metafisica, e non soltanto metafisica, ma anche del mito. E forse il mito è presente nella scienza di oggi più che in quella di ieri. Il prezzo che paghiamo per la grande libertà con cui si è sviluppata la scienza moderna si manifesta anche nel rischio che le fonti di carattere metafisico e mitico di alcune costruzioni apparentemente oggettive, vengano occultate e falsamente presentate come un prodotto della razionalità.

## DIBATTITO

**Bernardini** Non sono perfettamente d'accordo con l'uso di alcune categorie che probabilmente Israel pensa di aver definito chiaramente. Io non so se a tutti sono chiare, quindi vorrei precisare qualcosa. Molto spesso i fisici soffrono dell'intrusione dei matematici e degli ingegneri perché viene un po' falsificata quella che è la finalità della fisica. La finalità della fisica ha un fondamento metafisico, unico, molto semplice. La fisica fa una cosa sola: crede nell'esistenza di leggi naturali, e, se non ci credesse, non sarebbe fisica. Il principio metafisico forte è questo, non importa poi che a queste leggi naturali si arrivi attraverso metafore, modelli, esperimenti: tutto questo è abbastanza irrilevante. Non sono un feyerabendiano, questo sia chiaro, non è vero che per me tutto va bene. Però il modo di arrivarci è abbastanza indifferente e dei modi canonici ce ne siamo liberati: nessuno crede che il fatto di osservare nuovi comportamenti attraverso la soluzione di equazioni, per esempio di Van der Pol, sia un fatto relativamente poco importante dal punto di vista della fisica. Dal punto di vista della fisica, se l'equazione di Van der Pol è ricostruibile sulla base di principi primi, abbiamo capito qualcosa che riguarda la fisica, se no è un'interessante ramo della matematica applicata o dell'ingegneria, ma non mette minimamente in crisi né il riduzionismo né una certa forma di determinismo, e questo è un punto drammatico. Il fatto che le soluzioni di certe equazioni si comportino in un certo modo sta già scritto dentro quelle equazioni. Se attraverso un'equazione di Van der Pol o attraverso l'esistenza dei cicli limite è possibile mettere in crisi uno dei principi forti della fisica contemporanea, allora la cosa è interessante. Altrimenti non ha messo in crisi niente.

**Israel** Non credo di avere detto nulla di diverso e che dia materia all'obiezione di Bernardini. Sono partito proprio dall'affermazione che la fisica matematica è fondata sulla credenza metafisica nell'esistenza delle leggi naturali. Non a caso ho a lungo insistito sul postulato dell'oggettivismo come un postulato essenziale della scienza. E mi sono anche guardato bene dal dire che l'equazione di Van der Pol ha messo in crisi il riduzionismo, il meccanicismo o il determinismo. Al contrario: ho osservato che la modellistica matematica, in definitiva, non ha trovato nel proprio arsenale altro che immagini e metafore meccaniche. Altro che crisi del riduzionismo! D'altra parte però, è impossibile negare che la matematica applicata e la modellistica rappresentino un modello

di prassi scientifica assai diverso da quello della fisica matematica classica e più vicino a quello della fisica teorica moderna. E non ripeterò, su questo punto, quanto ho detto circa il ruolo dell'analogia matematica. Quanto alle "crisi", il determinismo non è stato messo in crisi dalla modellistica bensì proprio dalla fisica, e in particolare dalla meccanica quantistica... Quindi, casomai, occorre dire che, se questi nuovi sviluppi modellistici rappresentano qualcosa di contraddittorio con la scienza classica, essi lo devono principalmente agli sviluppi ed alle "crisi" interne alla fisica: il distacco della modellistica dalla fisica matematica classica è uno dei tanti aspetti conseguenti alle grandi "svolte" della fisica. La crisi dell'oggettivismo — che certamente si riflette nel modo di operare della modellistica — è di origine fisica, ancora una volta nell'ambito della meccanica quantistica, come ognuno sa. Vorrei d'altra parte mettere in guardia da una certa tendenza dei fisici a rifiutare o disprezzare tutto ciò che non è strettamente fisica. Si rischia altrimenti di ricadere in quelle forme di miopia che non hanno consentito di cogliere, ad esempio, l'importanza dell'analisi non lineare.

**Sbisà** Vorrei capire meglio che cosa esattamente ha messo in crisi quel tipo di equazione e poi quello sviluppo della matematica.

**Israel** Insisto che non ho mai detto che la modellistica (tanto meno l'equazione di Van der Pol) ha "messo in crisi" qualcosa. Ho parlato piuttosto di un *mutamento* degli orientamenti concettuali, dei metodi e della prassi delle ricerche che fanno uso della matematica come strumento di analisi della realtà, il quale ha dato luogo alla nascita di una disciplina nuova — la matematica applicata e la modellistica matematica — e quindi a un allargamento del campo della ricerca. Si è perfettamente liberi di considerare i matematici applicati come degli straccioni: resta il fatto che esiste un settore della ricerca, la matematica applicata, il quale ha dato e da importanti contributi. Questo è un fatto oggettivo. La matematica applicata è un settore disciplinare che si caratterizza anche per avere come oggetto principale dei campi estranei alla fisica: questo è un fatto non banale, perché qualunque scienziato classico, non dico uno scienziato di fine Ottocento come un Poincaré, ma anche scienziati classici contemporanei direbbero che l'applicazione della matematica fuori della fisica è un *nonsense*. I fisici possono avere tutto il fastidio che vogliono per il fatto che la scienza non si riduca alla fisica (anche se io credo che debbono stare tranquilli perché la loro scienza continua a mantenere un ruolo centrale). Non possono però evitare il fatto che i matematici applicati — seri o pezzenti che siano — *esistono* a partire dagli anni venti, in quanto comunità scientifica che ha tentato e tenta di applicare la matematica a questioni di cui i fisici matematici classici e i fisici non si occupavano. E questo dato di fatto ha implicato un mutamento evidente nella struttura concettuale e disciplinare della scienza, quale che sia il giudizio che se ne da — e il mio non è per nulla incondizionatamente positivo.