Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2005/2006
TN1
Tutorato 5 - 21 marzo 2006

1. Determinare $ord_n(a)$ per $n = 15$ e $a = 1,2,4,7,8,11,13,14$.

2. Determinare tutte le eventuali radici primitive mod 25.

3. Sia $n \geq 3$. Mostrare che, se esiste un intero a tale che $ord_n(a) = n - 1$, allora n deve essere un intero primo.

4. Se p è primo e $ord_p(a) = 3$, allora $ord_p(a + 1) = 6$.

5. Determinare per quali valori di a, $0 \leq a \leq 12$, la congruenza

$$6X^8 \equiv a \pmod{13}$$

è risolubile e calcolarne le soluzioni.

6. Sia p un primo dispari; stabilire, dimostrando ogni affermazione, se:

(a) esistono tante radici primitive di p^n quante sono quelle di $2p^n$, per ogni $n \geq 1$;
(b) ogni radice primitiva r di p^n è anche una radice primitiva di p, per ogni $n \geq 1$;
(c) una radice primitiva di p^2 è anche una radice primitiva di p^n, per $n \geq 2$.

7. Determinare per quali valori di a, $0 \leq a \leq 10$, la congruenza

$$7X^5 \equiv a \pmod{11}$$

è risolubile e calcolarne le soluzioni.

8. Se r ed s sono due interi tali che $r,s \geq 3$ e $MCD(r,s) = 1$, allora non esistono radici primitive (modulo rs).