

**Università degli Studi Roma Tre**  
**Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2008/2009**  
**AL1 - Algebra 1: Fondamenti**  
**Prof. F. Pappalardi**  
**Tutorato 8 - 4 Dicembre 2008**  
**Elisa Di Gloria, Luca Dell'Anna**  
www.matematica3.com

**Esercizio 1.**

Dimostrare che se  $a$  e  $b$  sono due interi primi tra loro e tali che  $ab$  è un quadrato, allora  $a$  e  $b$  sono quadrati.

**Esercizio 2.**

Dimostrare che se  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ,  $a$  è coprimo con  $bc$  se e solo se  $a$  è coprimo con  $b$  e con  $c$ .

**Esercizio 3.**

Scrivere i seguenti numeri come classi di resto modulo 2, 5, 7, 10, 13, 18: 21, 18, 12, 231, 650, 112, 100.

**Esercizio 4.**

Risolvere, se possibile, le seguenti congruenze:

- $5x \equiv 3 \pmod{7}$
- $6x \equiv 15 \pmod{9}$
- $64x \equiv 24 \pmod{20}$
- $21x \equiv 7 \pmod{8}$
- $37x \equiv 25 \pmod{117}$
- $18x \equiv 5 \pmod{51}$
- $144x \equiv 48 \pmod{120}$

**Esercizio 5.**

Dire quali dei seguenti sono gruppi, semigruppri o monoidi:

- $G = \{k \in \mathbb{Z} \mid k = 5h \exists h \in \mathbb{Z}\}$  con l'operazione di somma
- $G = \{m \in \mathbb{N} \mid m > 7\}$  con l'operazione di somma.
- $(\mathbb{Z}, +)$

- $G = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$  con l'operazione di moltiplicazione tra numeri complessi.

**Esercizio 6.**

Determinare, usando la fattorizzazione in primi, il mcm e MCD tra le seguenti coppie di numeri:

- (48,14)
- (2292,1120)
- (132,84)
- (154,308)
- (59,528)
- (168,273)