

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2008/2009
AL1 - Algebra 1: Fondamenti
Prof. F. Pappalardi
Tutorato 4 - 31 Ottobre 2008
Elisa Di Gloria, Luca Dell'Anna
www.matematica3.com

Esercizio 1.

Dire di quali proprietà godono le seguenti relazioni ed individuare quali di esse sono relazioni d'ordine, d'equivalenza o d'ordine totale.

In \mathbb{Z} , $x, y \in \mathbb{Z}$

- $x\rho y :\Leftrightarrow x + y$ è pari
- $x\rho y :\Leftrightarrow x = y$ oppure $x + y$ è multiplo di 3
- $x\rho y :\Leftrightarrow x < 3y$
- $x\rho y :\Leftrightarrow x^2 < y^2$
- $x\rho y :\Leftrightarrow x$ e y non hanno divisori in comune
- $x\rho y :\Leftrightarrow xy > 0$
- $x\rho y :\Leftrightarrow x = y + 3$
- $x\rho y :\Leftrightarrow x = \pm y$
- $x\rho y :\Leftrightarrow x^2 \leq y^2$

Sia X l'insieme degli esseri umani, $x, y \in X$

- $x\rho y :\Leftrightarrow x$ e y sono nati nello stesso anno
- $x\rho y :\Leftrightarrow x$ e y sono figli dello stesso padre
- $x\rho y :\Leftrightarrow x$ e y hanno un genitore in comune
- $x\rho y :\Leftrightarrow x$ e y
- Nell'insieme delle rette nel piano, $x\rho y$ se e solo se x e y non sono parallele

Determinare infine il relativo insieme quoziente qualora la relazione sia di equivalenza.

Esercizio 2.

Nell'insieme degli studenti di una classe esibire una relazione che sia:

- i) Riflessiva, simmetrica ma non transitiva.
- ii) Simmetrica, transitiva ma non riflessiva.
- iii) Riflessiva, transitiva ma non simmetrica.
- iv) Di equivalenza, che non sia stata già proposta nel primo esercizio, e descrivere l'insieme quoziente relativo.

Esercizio 3.

Sia $X = \{1, 2, 3, 4\}$.

- Esibire una relazione su X , che sia riflessiva, simmetrica ma non transitiva.
- Esibire una relazione su X , che sia simmetrica, transitiva ma non riflessiva.
- Esibire una relazione su X , che sia riflessiva, transitiva ma non simmetrica.

Esercizio 4.

Sia $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

- Consideriamo su X la relazione: $x\rho y$ se $x + y$ è un numero pari. Dimostrare che ρ è relazione di equivalenza e determinare le classi di equivalenza corrispondenti.
- Consideriamo su X la relazione: $x\rho y$ se $x + y$ è un numero dispari. Determinare se ρ è una relazione di equivalenza e calcolarne eventualmente le classi di equivalenza corrispondenti.