

*COGNOME* ..... *NOME* ..... *MATRICOLA* .....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT.
.....										

1. Dopo aver definito la nozione di iniettività e suriettività, si fornisca un esempio esplicito di applicazione iniettiva e non suriettiva dall'insieme dei numeri razionali  $\mathbf{Q}$  in se.

2. Dopo aver definito la nozione di relazione di equivalenza, di dimostri che la seguente relazione su  $\mathbf{Q}$  di equivalenza e se ne descrivano le classi di equivalenti:  $\forall a, b \in \mathbf{Q}, a \rho b \leftrightarrow a = \pm b$  .

3. Enunciare le tre nozioni distinte di infinità e mostrare che almeno due di queste sono equivalenti.

4. Usare il principio di induzione per dimostrare che  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \cdots + n)^2$ . per ogni  $n \geq 1$ . .

5. Si determinino gli interi nell'intervallo  $[10, 100]$  che soddisfano la congruenza  $14X \equiv 12 \pmod{20}$ .

6. Dimostrare che l'insieme  $\mathbf{Z}(i) = \{(a + ib) \in \mathbf{C} \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$  è un gruppo rispetto alla somma ma non rispetto al prodotto.

7. Calcolare tutte le soluzioni dell'equazione  $X^6 = 5$ .

\*8. Dopo aver enunciato il Teorema di Fermat, lo si utilizzi per mostrare che ?????.

\*9. Siano  $\sigma = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$  e  $\tau = (2, 3, 7, 4, 1)$ . Determinare la parità e il supporto di  $\sigma^5\tau$ .