

# Rolle, Lagrange e Studi di Funzioni II

Manuela Grella & Simona Giovannetti

23 marzo 2005

**Esercizio 1.** Dimostrare le seguenti disuguaglianze:

(i)  $\frac{1}{x+1} < \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) < \frac{1}{x} \quad \forall x > 0.$

(ii)  $x + \sin x \leq 2(e^x - 1) \quad \forall x \geq 0.$

(iii)  $\tan x \geq x + \frac{x^3}{3} \quad \forall x \in [0, \frac{\pi}{2}].$

**Esercizio 2.** Siano  $f(x)$  e  $g(x)$  due funzioni continue in  $[a, b]$  e derivabili in  $(a, b)$ . Supponiamo che  $f(a) \geq g(a)$  e che  $f'(x) \geq g'(x) \quad \forall x \in (a, b)$ . Dimostrare che  $f(x) \geq g(x) \quad \forall x \in [a, b]$

**Esercizio 3.** Studiare le seguenti funzioni:

(i)  $f(x) = |x^3 - 1|;$

(ii)  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2(x-1)}{x+1}}$