X tutorato di analisi matematica 1a

docenti: prof. M. Girardi, prof. P. Magrone

13 dicembre 2004

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti:

a) $\lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt{\frac{n+1}{n+3}}-1\right)$ Sol: dovete razionalizzare, poi é facile!

b) $\lim_{n\to\infty} \log_\alpha\left(1+\frac{1}{n}\right)$ Sol: 0, dove é definito

c) $\lim_{n\to\infty} \frac{n2^n}{3^n}$ Sol: $2^n/3^n=(2/3)^n$ con $2/3<1$, limite notevole!

d) $\lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt[3]{8+\sin 2^{\frac{1}{n}}}-2\right)$ Il valore tra parentesi tende a qualcosa maggiore di zero!!!

e) $\lim_{n\to\infty} \frac{\log n!}{n\log n}$ ... con le vostre nozioni non potete farlo... scusate!

f) $\lim_{n\to\infty} (n^{\sqrt{n}}-2^n)$ Sol: $2^n=(2^{\sqrt{n}})^{\sqrt{n}}$

g) $\lim_{n\to\infty} \frac{\ln n^3}{\ln(n^3+n^2)}$ Sol: 1

h) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+n\sin n}{1+n^2+n}$ Sol: 1

i) $\lim_{n\to\infty} n\left[1-\left(1-\frac{2}{n}\right)^4\right]$ Sol: usate la differenza di quadrati!

Esercizio 2. Dimostrare che, se $a_n\to L$, allora la successione $b_n=\frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}$ ha anch'essa limite L.

Sol: dovete spezzare per ogni ϵ la somma fino all'n' dato dalla definizione di limite.

Esercizio 3. Trovare il massimo e il minimo limite delle seguenti successioni:

a) $a_n=1-\cos n$ Sol: 0, 2

b) $a_n=\arctan(-2)^n$ Sol: $-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}$

c) $a_n=\frac{(-1)^n}{n}+\frac{1+(-1)^n}{2}$ Sol: 1, 0

d) $a_n=\frac{n!}{2^n}\sin n\frac{\pi}{2}$ Sol: $+\infty,-\infty$

e) $a_n = \sqrt[n]{(-1)^n n}$ Sol: -1, 1

f) $a_n = \sqrt{n^2-1} - n$ Sol: 0

g) $a_n = 1 + (-1)^n$ Sol: 0, 2

h) $a_n = \frac{n+1}{n} \sin \frac{n\pi}{10}$ Sol: -1, 1

i) $a_n = \sin^2\left(\frac{n^2}{2n+1}\right) + \cos^2\left(\frac{n^3+6n}{(n+2)^2}\right)$ Sol: 1