

X tutorato di analisi matematica 1a

docenti: prof. M. Girardi, prof. P. Magrone

13 dicembre 2004

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti:

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{\frac{n+1}{n+3}} - 1 \right)$
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \log_\alpha \left(1 + \frac{1}{n} \right)$
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n2^n}{3^n}$
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt[3]{8 + \sin 2^{\frac{1}{n}}} - 2 \right)$
- e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n!}{n \log n}$
- f) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^{\sqrt{n}} - 2^n)$
- g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n^3}{\ln(n^3+n^2)}$
- h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n \sin n}{1+n^2+n}$
- i) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[1 - \left(1 - \frac{2}{n} \right)^4 \right]$

Esercizio 2. Dimostrare che, se $a_n \rightarrow L$, allora la successione $b_n = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}$ ha anch'essa limite L .

Esercizio 3. Trovare il massimo e il minimo limite delle seguenti successioni:

- a) $a_n = 1 - \cos n$
- b) $a_n = \arctan(-2)^n$
- c) $a_n = \frac{(-1)^n}{n} + \frac{1+(-1)^n}{2}$
- d) $a_n = \frac{n!}{2^n} \sin n \frac{\pi}{2}$
- e) $a_n = \sqrt[n]{(-1)^n n}$
- f) $a_n = \sqrt{n^2 - 1} - n$

$$\mathbf{g}) \quad a_n = 1 + (-1)^n$$

$$\mathbf{h}) \quad a_n = \frac{n+1}{n} \sin \frac{n\pi}{10}$$

$$\mathbf{i}) \quad a_n = \sin^2 \left(\frac{n^2}{2n+1} \right) + \cos^2 \left(\frac{n^3+6n}{(n+2)^2} \right)$$