

## Soluzioni VII tutorato di AM1a

Gabriele Nocco      Stefano Urbinati

25 novembre 2005

**Esercizio 1.** Trovare i seguenti limiti e verificarne l'esattezza attraverso la definizione:

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^{n+2}$       Sol: 0

b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 - n}{2n^2 + 4}$       Sol: 3/2

c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \log_2 \left(\frac{1}{n}\right)$       Sol:  $-\infty$

d)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \tan \frac{1}{n}$       Sol: 0

e)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n$       Sol:  $+\infty$

Suggerimento: per verificare tale risultati si può razionalizzare e considerare la frazione che è diventata più semplice!!!

**Esercizio 2.** Dimostrare che, se  $a_n$  converge ad  $a$  e  $a_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}$ , allora  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n} = \sqrt{a}$ .

Sol: l'idea per semplificarvi la vita è quella di scrivervi

$a_n - a = (\sqrt{a_n} + \sqrt{a})(\sqrt{a_n} - \sqrt{a})$  e poi utilizzare la definizione di limite in modo opportuno.

**Esercizio 3.** Calcolare i limiti ( $a, c > 0$ ):

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$       Sol: 0

b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{2n} - \sqrt{n-1}$       Sol:  $\infty$

c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2 - n} - \sqrt{n^2 + 1}$       Sol: 1

d)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{a+b} - \sqrt{cn+d}$       Sol:  $-\infty$

**Esercizio 4.** Calcolare i seguenti limiti:

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[2n]{n^5}$       Sol: 1

b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n^{\log n}}$       Sol: 1

- c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2+2n}{3n^2+2\sqrt[3]{n^5}}$  Sol: 2
- d)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{6n^2+2n}{3n^2+2\sqrt[3]{n^5}} \right]$  Sol: 1
- e)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log_4 3^{\log_5 7n}}{2n}$  Sol: 0
- f)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n \sin \frac{2}{n} \cos \frac{2}{n}$  Sol: 2
- g)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2(1 - \cos \frac{1}{n})$  Sol: 1/2
- h)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(1 - \cos \frac{1}{n})}{\sin \frac{1}{n}}$  Sol: 1/2
- i)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2+1}{n+1} \sin \frac{1}{n}$  Sol: 1