

Cognome e nome _____

Nickname _____

Am1 primo esonero

2 novembre 2005

Esercizio 1.

Calcolare gli eventuali punti di accumulazione del seguente insieme:

$$A = \left\{ x = \frac{n}{n+1}, n \in \mathbf{N} \right\}$$

Dimostrare che il punto $x = \frac{10}{11}$ é isolato.
Giustificare le risposte.

Cognome e nome _____

Nickname _____

Am1 primo esonero

2 novembre 2005

Esercizio 2.

Calcolare estremo superiore ed inferiore del seguente insieme. Specificare se si tratta di massimo o minimo. Giustificare le risposte.

$$A = \left\{ x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3+n}}, n \in \mathbf{N} \right\}$$

Cognome e nome _____

Nickname _____

Am1 primo esonero

2 novembre 2005

Esercizio 3.

Dimostrare per induzione che

$$\sqrt{(n+2)^{n+2}} \geq \sqrt{(n+2)!} \quad \forall n \in \mathbf{N}$$

Cognome e nome _____

Nickname _____

Am1 primo esonero

2 novembre 2005

Esercizio 4.

Dimostrare UNA delle due proposizioni:

i) Dimostrare che per ogni coppia di numeri $a, b \in \mathbb{R}$, esiste un numero razionale $q \in \mathbb{Q}$ tale che $a < q < b$.

(Ovvero \mathbb{Q} é denso in \mathbb{R} .)

ii) Sia \mathbb{R} definito come campo ordinato in cui vale l'assioma di Dedekind. Sia $A \in \mathbb{R}$ un insieme superiormente limitato. Dimostrare che l'insieme dei maggioranti di A ammette minimo.

(Ovvero dimostrare l'esistenza dell'estremo superiore)