

Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Studi in Matematica, A.A. 2008/2009
TN1 - Introduzione alla Teoria dei Numeri
22 maggio 2009

1. Esprimere mediante frazioni continue finite semplici i seguenti numeri razionali:

(a) $\frac{105}{143}$;

(b) $\frac{89}{144}$;

(c) $\frac{153}{112}$.

2. Determinare i numeri razionali rappresentati dalle seguenti frazioni continue finite semplici:

(a) $[3; 4, 1, 4, 2]$;

(b) $[-1; 1, 1, 1, 2, 6]$;

(c) $[0; 1, 2, 1, 2, 1, 2, 3]$.

3. Sia $r \in \mathbb{Q}$, $r > 1$ ed $r = [a_0; a_1, \dots, a_n]$. Dimostrare che

$$\frac{1}{r} = [0; a_0, \dots, a_n].$$

4. Trovare le convergenti della frazione continuata finita semplice $[1; 3, 2, 3, 2]$.

5. Risolvere le seguenti equazioni diofantee lineari attraverso le frazioni continue semplici:

(a) $335x - 113y = 1$;

(b) $117x + 11y = 3$;

(c) $213x + 23y = 5$.

6. Sia $F_1 := 1, F_2 := 1, F_n := F_{n-1} + F_{n-2}$, per $n > 1$, la successione dei numeri di Fibonacci.

(a) Rappresentare come frazione continuata $\frac{F_{n+1}}{F_n}$;

(b) Mostrare che $F_n^2 - F_{n-1}F_{n+1} = (-1)^{n-1}$.