

Prova scritta di AM4 del 7/9/2005 – (Appello X)

- **Motivare il lavoro svolto.**
- **Durante l'esame non è consentito l'uso di appunti, libri, calcolatrici.**

- 1) Definire $\mathcal{R}_1(E)$ e l'insieme di discontinuità di f su E . Dimostrare che se $f \in \mathcal{R}_1(E)$ allora l'insieme di discontinuità di f su E è di misura nulla.
- 2) Trovare un insieme aperto $A \subset \mathbb{R}^2$, denso e di misura minore di 1.
- 3) Discutere la relazione tra regolarità di una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e il decadimento della sua trasformata di Fourier.
- 4) Enunciare e dimostrare il Lemma di Dini sulla convergenza delle serie di Fourier. Dare esempi di funzioni che verificano le ipotesi del lemma e di funzioni che non le verificano.
- 5) Sia $t \rightarrow f(t)$ la funzione di periodo 2π che vale t su $[0, 2\pi)$. Trovare una soluzione 2π -periodica dell'equazione differenziale

$$\frac{d^4 u}{dt^4} + u = f .$$