

**Prova scritta di AM4 del 7/9/2005 – (Appello X)**

- **Motivare il lavoro svolto.**
- **Durante l'esame non è consentito l'uso di appunti, libri, calcolatrici.**

- 1) Definire  $\mathcal{R}_1(E)$  e l'insieme di discontinuità di  $f$  su  $E$ . Dimostrare che se  $f \in \mathcal{R}_1(E)$  allora l'insieme di discontinuità di  $f$  su  $E$  è di misura nulla.
- 2) Trovare un insieme aperto  $A \subset \mathbb{R}^2$ , denso e di misura minore di 1.
- 3) Discutere la relazione tra regolarità di una funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e il decadimento della sua trasformata di Fourier.
- 4) Enunciare e dimostrare il Lemma di Dini sulla convergenza delle serie di Fourier. Dare esempi di funzioni che verificano le ipotesi del lemma e di funzioni che non le verificano.
- 5) Sia  $t \rightarrow f(t)$  la funzione di periodo  $2\pi$  che vale  $t$  su  $[0, 2\pi)$ . Trovare una soluzione  $2\pi$ -periodica dell'equazione differenziale

$$\frac{d^4 u}{dt^4} + u = f .$$