

AM3 - Tutorato II - Mercoledì 3 marzo 2004 d.C.

1. Risolvere le seguenti equazioni differenziali con il metodo della separazione di variabili:

$$(a) \quad x' = \frac{t^3 + 3}{xt^3 + xt^2 + xt + x}$$

$$(b) \quad y' = \frac{(y^2 + 3)(2 + \sqrt[3]{x+1})}{1 + \sqrt{x+1}}$$

$$(c) \quad x' = \frac{t^2 + \sqrt{7}t}{\sqrt{3 - 2x - x^2}}$$

$$(d) \quad y' = \cos(\ln x) \exp y$$

2. Sia $\text{Mat}_{\mathbb{R}}(n \times m)$ lo spazio vettoriale delle matrici reali con n righe e m colonne.

Si considerino le funzioni:

$$\|A\|_{\infty} := \sup_{i,j} |a_{ij}| ;$$

$$\|A\|_{\infty, \infty} := \sup_{\|x\|_{\infty}=1} \|Ax\|_{\infty} .$$

Dimostrare che $\|A\|_{\infty}$ e $\|A\|_{\infty, \infty}$ sono norme equivalenti su $\text{Mat}_{\mathbb{R}}(n \times m)$.