

AM3 - Tutorato X

Integrali curvilinei e superficiali

Mercoledì 19 maggio 2004

Esercizio 1. Sia γ la curva in \mathbb{R}^2 espressa in coordinate polari dalla seguente condizione:

$$\rho = a(1 + \cos \theta) \quad \theta \in [0, 2\pi]$$

calcolare la lunghezza di γ al variare del parametro $a > 0$

Esercizio 2. Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} xy^2 dl$$

dove γ è la curva ottenuta intersecando il cono di equazione $x^2 = 2z^2 + \frac{1}{2}y^2$ con il piano $z = x - 1$

Esercizio 3. Sia $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1, z^2 = x^2 + y^2\}$, calcolare

$$\int_C (x^2 + y^2)^n d\sigma$$

nei seguenti modi:

1. parametrizzando C come il grafico di una opportuna funzione.
2. considerando C come una superficie di rotazione.

Esercizio 4. Sia S la porzione della sfera unitaria di \mathbb{R}^3 contenuta nel semispazio $z > 0$, si calcoli

$$\int_S \frac{1}{x^2 + y^2 - 2} d\sigma$$