

AM3 - Tutorato I - Mercoledì 25 febbraio 2004 d.C.

1. Si consideri lo spazio di funzioni $S := \{f \in C^1((0, 1), \mathbb{R}) : \|f\|_{C^1} < \infty\}$ con $\|f\|_{C^1} := \sup_{(0,1)} |f| + \sup_{(0,1)} |f'|$.

Si dimostri che $(S, \|f\|_{C^1})$ è uno spazio di Banach, ovvero uno spazio normato completo.

2. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

(a) $\int \frac{x^4 - 3x^3 + 4x^2 + x - 2}{x^3 - 3x^2 + 4x - 2} dx$

(b) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-3} - \sqrt[4]{2x-3}}$

(c) $\int x\sqrt{x^2 + x + 1} dx$

suggerimento: scrivere il polinomio di secondo grado sotto il segno di radice nella forma $z^2 + k^2$ con $z = z(x)$ tramite il metodo del completamento del quadrato, ed effettuare quindi la sostituzione $z = k \sinh t$.

(d) $\int \sin^{2003} x dx$