

Soluzioni Prova scritta di AM3 dell'8/9/2004 (Appello X)

1) $(2y - x)^3(2y + x) = 16$ (definizione di $y = y(x)$ implicita).

2) (i) $\max_D f = a^3/27$, dove $D := \{x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 : x + y + z = a\}$, ($a > 0$).

(ii) Si assuma $xyz > 0$ (altrimenti la disuguaglianza è ovvia) e sia $a := x + y + z > 0$. La disuguaglianza segue ora dal punto (i) precedente.

3) (i) $\frac{8}{27}(10\sqrt{10} - 1)$.

(ii) $3 - \sqrt{3} + \frac{1}{2} \log\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

4) Poiché $f'(0,0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ f è invertibile in un intorno di $(0,0)$ e la matrice jacobiana della funzione inversa nel punto $f(0,0) = (0,0)$ è data da $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.