1) La soluzione è $u(t) = -\arctan(\cos t)$.
2) L'area massima è 1 ed è quella del rettangolo di lati $\sqrt{2}$ e $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
3i) $\frac{1}{4}\ln 3$.
3ii) L'area è π.
4) Risulta $\partial_f F(f,x) = e^{-f} + \sin(x-f)$ e $T := (\partial_f(F)(0,0))^{-1} = -1$, così $\|T\| = 1$. Bisogna verificare le due condizioni:

$$\sup_{|x|\le r} |F(0,x)| \le \frac{\rho}{2}$$

e

$$\sup_{\substack{|x|\le r\\ |f|\le\rho}} |1 - e^{-f} + \sin(x-f)| \le \frac{1}{2}\,.$$

Si definisca $\rho := r^2$ e si scelga $r = 1/4$.