Soluzioni 3-AM3

Laura Di Gregorio

8 marzo 2004

1. Il polinomio caratteristico associato

$$P(\lambda) = \lambda^2 - 3\lambda + 2$$

ha radici $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = 2$. La soluzione generale è:

$$u(t) = c_1 e^t + c_2 e^{2t}.$$

2. Il polinomio caratteristico associato

$$P(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda + 1$$

ha radice $\lambda = 1$. La soluzione generale è:

$$u(t) = c_1 e^t + c_2 t e^t.$$

3. Il polinomio caratteristico associato

$$P(\lambda) = \lambda^3 - 2\lambda^2 + 2\lambda$$

ha una radice reale $\lambda_1 = 0$ e due radici complesse coniugate $\lambda_2 = 1 + i$ e $\lambda_3 = 1 - i$. La soluzione generale è:

$$u(t) = c_1 + c_2 e^t \cos t + c_3 e^t \sin t.$$

4. Il polinomio caratteristico associato

$$P(\lambda) = \lambda^2 + \omega^2$$

ha radici immaginarie $\lambda = \pm i\omega$. La soluzione generale è:

$$u(t) = c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t.$$

5. Il polinomio caratteristico associato all'omogenea

$$P(\lambda) = \lambda - 1$$

ha radice $\lambda = 1$. La soluzione generale dell'omogenea è:

$$u_0(t) = c_0 e^t.$$

Si cerca una soluzione particolare della non omogenea del tipo:

$$\bar{u}(t) = c(t)e^t.$$

Da cui

$$\bar{u}'(t) = c'(t)e^t + c(t)e^t.$$

Sostituendo nell'equazione si ottiene

$$c'(t)e^t + c(t)e^t - c(t)e^t = \cos t$$

da cui

$$c'(t) = e^{-t} \cos t.$$

Integrando si ottiene

$$c(t) = \frac{\sin t - \cos t}{2} e^{-t}$$

e quindi l'integrale generale dell'equazione si ottiene sommando a una soluzione particolare della non omogenea, per esempio

$$\bar{u} = \frac{\sin t - \cos t}{2},$$

la soluzione generale dell'omogenea.