AM3 – Programma Parte I
A.A. 2003/2004

Prof. Luigi Chierchia

Calcolo differenziale ed integrale in più variabili

1. Calcolo in R^n, equazioni differenziali e funzioni implicite.

Spazi metrici. Spazi topologici, spazi metrici, spazi normati: definizioni e proprietà fondamentali. Continuità per successioni in spazi metrici. Completezza. Caratterizzazione della chiusura e della compatezza per successioni in spazi metrici. teorema di Weierstrass. Norma euclidea in R^n e disuguaglianze triangolare (Cauchy). Tutte le norme in R^n sono equivalenti. Norme di matrici. Integrazione e derivazione di funzioni da R in R^n; la norma dell'integrale di una funzione continua è maggiorata dall'integrale della sua norma. Teorema di punto fisso per contrazioni in spazi metrici completi.

Equazioni differenziali ordinarie. Teorema di esistenza ed unicità per il problema di Cauchy $\dot{u} = f(u,t)$, $u(t_0) = u_0$. Lemma di Gronwall. Dipendenza regolare da parametri iniziali. Prolungamenti e soluzioni massimali. Se l'intervallo di esistenza massimale è finito la soluzione esce da qualunque sottoinsieme compatto prefissato del dominio di definizione. Condizioni sufficienti affinché l'intervallo di esistenza massimale sia R.

Funzioni differenziabili. Il differenziale di funzioni da R^n in R^m. Matrici Jacobiane. Derivazione e matrici Jacobiane di funzioni composte. Teorema della media integrale.

Teorema delle funzioni implicite (TFI). TFI in R^{n+m}. Regolarità e derivazione di funzioni implicite. Teorema della funzione inversa. Vincoli regolari e metodo dei moltiplicatori di Lagrange per il calcolo dei punti stazionari di funzioni vincolate.