AM3 Analisi 3
A.A. 2003/2004
Prof. Luigi Chierchia

Calcolo differenziale ed integrale in più variabili

1. Calcolo in R^n, equazioni differenziali e funzioni implicite.

Spazi metrici. Spazi topologici, spazi metrici, spazi normati: definizioni e proprietà fondamentali. Continuità per successioni in spazi metrici. Completezza. Caratterizzazione della chiusura e della compatezza per successioni in spazi metrici. teorema di Weierstrass. Norma euclidea in R^n e disuguaglianze triangolare (Cauchy). Tutte le norme in R^n sono equivalenti. Norme di matrici. Integrazione e derivazione di funzioni da R in R^n; la norma dell'integrale di una funzione continua è maggiorata dall'integrale della sua norma. Teorema di punto fisso per contrazioni in spazi metrici completi.

Equazioni differenziali ordinarie. Teorema di esistenza ed unicità per il problema di Cauchy $\dot{u} = f(u, t)$, $u(t_0) = u_0$. Lemma di Gronwall. Dipendenza regolare da parametri iniziali. Prolungamenti e soluzioni massimali. Se l'intervallo di esistenza massimale è finito la soluzione esce da qualunque sottoinsieme compatto prefissato del dominio di definizione. Condizioni sufficienti affinché l'intervallo di esistenza massimale sia R.

Funzioni differenziabili. Il differenziale di funzioni da R^n in R^m. Matrici Jacobiane. Derivazione e matrici Jacobiane di funzioni composte. Teorema della media integrale.

Teorema delle funzioni implicite (TFI). TFI in R^{n+m}. Regolarità e derivazione di funzioni implicite. Teorema della funzione inversa. Vincoli regolari e metodo dei moltiplicatori di Lagrange per il calcolo dei punti stazionari di funzioni vincolate.

2. Integrale di Riemann in più variabili Insiemi elementari, funzioni a scalini, definizione di integrale di Riemann in R^2 e di misura di Peano–Jordan. Proprietà fondamentali dell'integrale di Riemann e della misura di Peano–Jordan. Le funzioni continue su rettangoli chiusi sono integrabili. Teorema degli integrali iterati ("formule di riduzione") per funzioni continue su rettangoli chiusi. Il teorema degli integrali iterati ("formule di riduzione") per funzioni continue su *insiemi normali*. Additività dell'integrale. Estensioni a R^n. Enunciato del teorema del cambio di variabili in R^n; aree di parallelogrammi e determinanti. Coordinate polari in R^2 e R^3. Calcolo di $\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx$. Volume di solidi di rotazione.

3. Calcolo su curve e superfici Curve in R^n. Elementi di superficie in R^3. Lunghezza di una curva, area di una superficie; integrali curvilinei e superficiali; indipendenza delle definizioni dalle parametrizzazioni. Lunghezza di una curva come limite delle lunghezze di poligonali iscritte. Rette, piani e spazi tangenti. Superfici di rotazione. Alcune generalizzazioni: pseudo-inclusioni, curve e superfici regolari a tratti. Forme differenziali di grado uno ("1-forme"). Curve orientate e integrazione di 1-forme. Forme esatte e forme chiuse. Caratterizzazioni di 1–forme esatte tramite integrali su curve chiuse regolari a tratti. Il lemma di Poincarè per 1-forme su domini stellati. Rotore e divergenza; condizioni di integrabilità locali. I teoremi classici di Gauss (o "della divergenza"), Gauss-Green, Stokes (enunciati).

Testi consigliati

[1] L. Chierchia, *Lezioni di Analisi 2*. Aracne, (1997).

Bibliografia supplementare

[2] E. Giusti, *Analisi 2*. Boringhieri, (1989).
[3] W. Rudin, *Principi di Analisi Matematica*. McGraw-Hill, (1991).

Modalità d'esame

		SI	NO
- valutazione in itinere ("esoneri")		■ SI	□ NO
- esame finale	scritto	■ SI	□ NO
	orale	□ SI	■ NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		■ SI	□ NO

È prevista la possibilità di un colloquio integrativo.