

Appello A – 14/6/2012

- N.B.** • *Indicare in cima all'elaborato: nome, cognome, data di nascita, n. matricola (o n. documento).*
- *Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.*
 - **È vietato:** parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi, appunti, etc.; l'uso del cellulare, calcolatrici, etc.
 - *Le risposte vanno sempre motivate chiaramente e sinteticamente! Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.*
 - **Attenzione:** è obbligatorio svolgere il primo esercizio.

- Es 1 [Pt. 30]** (i) Enunciare i teoremi di Rolle e Lagrange ed illustrarli tramite esempi espliciti.
 (ii) Dare la definizione di integrale di Riemann e dimostrare che se f è integrabile allora af è integrabile, per ogni $a \in \mathbb{R}$.
 (iii) Dare la definizione di funzione convessa e dimostrare che $|x|$ è convessa su \mathbb{R} .
 (iv) Calcolare $\lim f_n(x)$ con $f_n(x) := e^{-nx^2}$ e discutere il tipo di convergenza. È vero che $\int_{\mathbb{R}} f_n \rightarrow \int_{\mathbb{R}} f$?
 (v) Definire $\operatorname{sen} z$ e $\operatorname{senh} z$ per $z \in \mathbb{C}$ e calcolarne la parte reale e la parte immaginaria.
 (vi) Trovare le soluzioni di $z^3 = -1$.

Es 2 [Pt. 20] (i) Calcolare le primitive di $f(x) = e^x(x + \operatorname{sen} x)$;

(ii) calcolare $\int_{-\infty}^0 f(x) dx$.

(iii) Discutere la convergenza dell'integrale

$$\int_0^{\infty} \frac{\tanh x}{\sqrt{x}} \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx .$$

Es 3 [Pt. 20] Studiare la funzione $f(x) = x^4(\log x - 1)$.

Es 4 [Pt. 15] Discutere la convergenza della serie di funzioni

$$\sum_{n=5}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{-n(1-x^2)}}{\log \log n} .$$

Es 5 [Pt. 15] Calcolare il polinomio di Taylor–MacLaurin di ordine 10 di $\operatorname{Arctan} x^2$.