PAC - MARZO 2006

E 4. Distribuzione binomiale

Siano $N \in \mathbb{N}$ e $p \in [0,1]$ due parametri e Z la v.a. con distribuzione binomiale definita dalle probabilità:

$$p_k = \mathbb{P}(Z = k) = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}\,, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, N \tag{0.1}$$

Simulare Z utilizzando N prove di Bernoulli di parametro p (vedi esercitazione E2). Simulare n copie indipendenti $Z_1, \ldots, Z_n$ della variabile binomiale Z definita dalla (0.1). Verificare la bonta' della simulazione graficando media e varianza empiriche m_n e v_n, al variare di n. Si effettui l'esperimento nei casi $N = 10, 50, 500$ con $p = 0.4$ e si osservi che

$$m_n \sim Np\,, \qquad v_n \sim Np(1-p)\,. \tag{0.2}$$

E 5. Distribuzione geometrica

Sia $p \in [0,1]$ un parametro e Z la v.a. definita da

$$p_k = \mathbb{P}(Z = k) = p(1-p)^{k-1}\,, \qquad k = 1, 2, \ldots \tag{0.3}$$

Simulare Z come istante di primo successo in uno schema di Bernoulli (di lunghezza indefinita). Simulare quindi n copie indipendenti $Z_1, \ldots, Z_n$ e ripetere le usuali verifiche per medie e varianze empiriche nei casi $p = 0.01$ e $p = 0.5$. Osservare che

$$m_n \sim \frac{1}{p} \qquad v_n \sim \frac{1-p}{p^2}\,. \tag{0.4}$$

Discutere la stabilità delle misure.

caputo@mat.uniroma3.it.