



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE FISICHE NATURALI

Tesi di Laurea Magistrale in Matematica
di
Fabrizio Bosi

Tecniche di Controllo Non Lineare con un'applicazione all'Aeroservoelasticità

Relatore
Prof. Renato Spigler

Correlatore
Prof. Daniele Dessi

il Candidato

il Relatore

il Correlatore

ANNO ACCADEMICO 2006 - 2007
21 MAGGIO 2008

Classificazione AMS: primaria 93B52, 93C95; secondaria 34K60, 70Q05

Parole chiave: Aeroelasticità, Aeroservoelasticità, Teoria del Controllo non lineare, Feedback Linearization, Backstepping.

Sintesi

Si definisce *aeroelasticità* quella scienza che studia l'interazione tra forze elastiche e forze aerodinamiche, e l'influenza di tale interazione sulla progettazione di aeroplani. Problemi di aeroelasticità non esisterebbero se la struttura di un aeroplano fosse perfettamente rigida.

In questi problemi, inoltre, anche le forze d'inerzia intervengono. Arthur Roderick Collar (1908-1986) ci ha fornito una definizione rigorosa di aeroelasticità che ben racchiude tutti questi concetti

Aeroelasticity is the study of the mutual interaction that takes place within the triangle of the inertial, elastic, and aerodynamic forces acting on structural members exposed to an airstream, and the influence of this study on design.

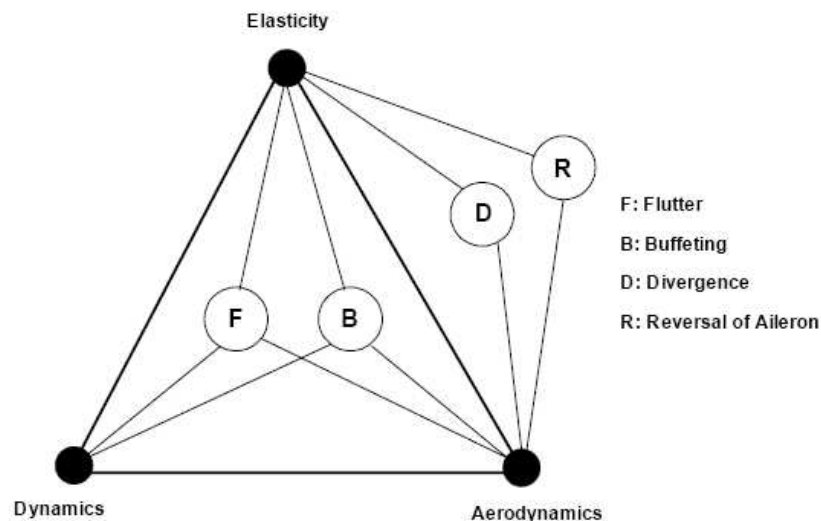


Figura 1: Triangolo di Collar.

Nella Figura 1, possiamo notare i tre tipi di forza sopra citati posti ai vertici del triangolo, e alcuni possibili fenomeni aeroelastici che figurano all'interno o all'esterno del triangolo stesso in base alla loro relazione con i vertici.

Fenomeni aeroelastici dinamici li troviamo all'interno in quanto coinvolgono tutte e tre le forze, mentre quelli statici sono ovviamente all'esterno.

Per esempio, fenomeni di vibrazione (*flutter*) sono di natura prettamente dinamica e consistono in una condizione di instabilità dell'aereo in volo ad una certa velocità (nota come *flutter speed*).

Più recentemente, si è deciso di considerare in problemi di aeroelasticità strutture di controllo che permettessero di ridurre il più possibile vibrazioni di ogni genere, nella fattispecie di annullare gli effetti del fenomeno di flutter.

È così che è nata quella che tecnicamente si definisce *aeroservoelasticità*, una disciplina che mette al servizio dell'aeroelasticità tecniche di controllo per veicoli aeromobili.

Ma che cos'è la Teoria del Controllo? Cosa significa controllare un sistema (si intende un sistema dinamico)?

Questa parola ha fundamentalmente due significati. Controllare può significare verificare che alcune proprietà o alcuni comportamenti del sistema siano quelli desiderati. Oppure, può voler dire agire, far fare al sistema quello che si vuole. Come prima, vogliamo citare una frase, stavolta presa da una opera di Aristotele (*Politica*, Libro I, Capitolo 3), che descrive in maniera completa lo spirito della Teoria del Controllo

...If every instrument could accomplish its own work, obeying or anticipating the will of others...if the shuttle weaved and the pick touched the lyre without a hand to guide them, chief workmen would not need servants, nor masters slaves.

Quindi, l'obiettivo primario è quello di disporre di processi automatizzati in cui l'intervento dell'uomo sia ridotto al minimo, e che permettano di raggiungere un risultato prefissato (nei limiti della Fisica chiaramente!).

Per fissare le idee, vediamo come formulare un generico problema di controllo in termini matematici.

Si supponga di voler far ottenere ad un sistema fisico governato dall'equazione di stato

$$A(x) = f(u). \quad (1)$$

un preciso comportamento. In (1), x è la variabile di stato, appartenente ad uno spazio vettoriale X , che si vuole controllare. Invece, u è il parametro di controllo, cioè quella quantità che agisce sulle dinamiche del sistema e che possiamo scegliere. Questo parametro vive nell'insieme U_{ad} dei controlli ammissibili.

Assumiamo poi che $A : I(A) \subset X \rightarrow X$ e $f : U_{ad} \rightarrow X$ siano due mappe generiche (lineari o non). L'operatore A determinerà l'equazione che x soddisferebbe in assenza di controllo, ossia $A(x) = 0$, mentre f il modo in cui u agisce sul sistema. Senza alcuna perdita di generalità, possiamo ipotizzare che per ogni $u \in U_{ad}$, l'equazione (1) ammetta una soluzione in X .

Controllare allora la (1) significa trovare $u \in U_{ad}$ tale che la soluzione ottenuta si avvicini il più possibile a quella prefissata.

In particolare, interessa un gran numero di problemi, tra cui il nostro, il caso in cui le dinamiche del sistema sono regolate da un'equazione differenziale del tipo

$$\dot{x} = \varphi(x, u) = \varphi_1(x) + \varphi_2(u),$$

che è fundamentalmente il punto di partenza della Teoria del Controllo.

Il vantaggio più grande di questa formulazione matematica è che si può applicare a varie discipline come l'informatica, la robotica, la biologia, le comunicazioni, etc. La Teoria del Controllo è quindi un ramo interdisciplinare che si colloca tra la matematica e l'ingegneria che serve ad analizzare e realizzare sistemi di controllo. Si noti che, proprio come per altre aree del sapere umano, la Teoria del Controllo esisteva da molti secoli prima che fosse così denominata; basti pensare a quando, al

tempo degli antichi romani, negli acquedotti si faceva uso di valvole per mantenere il livello dell'acqua costante.

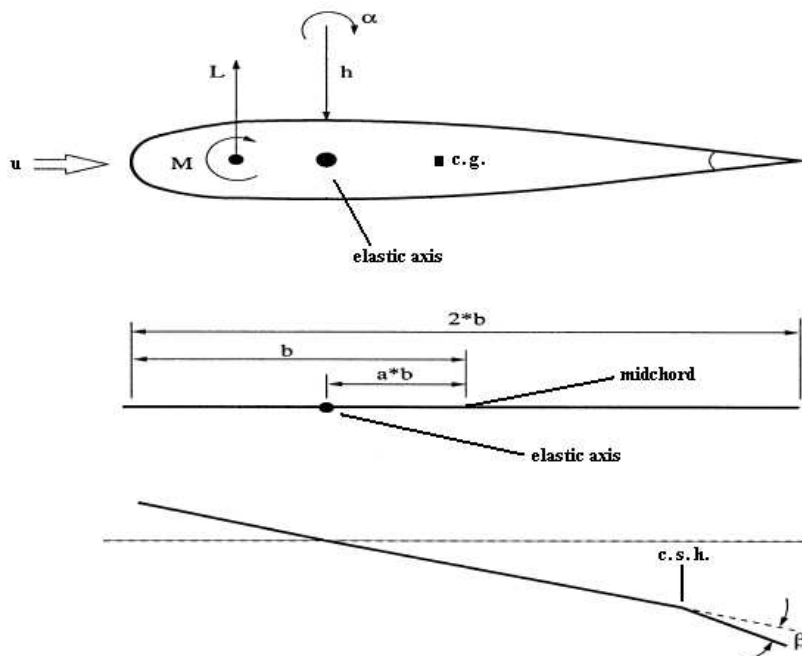


Figura 2: Modello aeroelastico.

Nel mio lavoro di tesi, il sistema da controllare è una sezione di un'ala avente 3 gradi di libertà (indipendenti tra di loro), come illustrato in Figura 2.

In pratica, questo sistema è costituito da una superficie portante (ala fissa) e da un flap, collegati tra di loro, soggetti ad un flusso d'aria di velocità fissata u . L'aletta può muoversi verticalmente rispetto all'asse elastico di una quantità h (positiva verso il basso) e ruotare sempre intorno all'asse di un angolo α (positivo in senso orario). Si noti che quest'angolo, detto anche *angolo d'attacco*, si riferisce alla direzione del vento.

Le equazioni del moto che regolano soltanto le dinamiche dell'ala fissa sono date da

$$\mathcal{M} \begin{pmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{pmatrix} + \mathcal{C} \begin{pmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} + \mathcal{K} \begin{pmatrix} h \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L \\ M \end{pmatrix}, \quad (2)$$

ove \mathcal{M} è la matrice delle masse, \mathcal{C} quelle degli smorzamenti e \mathcal{K} la matrice di rigidità i cui elementi non sono costanti (non linearità del sistema). Infine, $L = L(t)$ e $M = M(t)$ rappresentano rispettivamente la portanza e il momento, e sono funzioni della posizione, della velocità, dell'accelerazione e del tempo, che agiscono sull'asse elastico dell'ala.

Per quanto riguarda l'unica superficie di controllo presente nel modello, ossia il flap, si è assunto che le sue dinamiche siano quelle di un oscillatore forzato e smorzato

del tipo

$$\ddot{\beta} + 2\zeta\omega_\beta\dot{\beta} + \omega_\beta^2\beta = \omega_\beta^2\beta_c, \quad (3)$$

con β angolo di rotazione del flap rispetto al perno, β_c la variabile di controllo, ζ il termine di smorzamento e ω_β la frequenza.

Anche in questo caso, l'angolo β è positivo in senso orario, ma si riferisce alla posizione dell'ala e non alla direzione del vento (la terza immagine in Figura 2 chiarisce questo concetto).

Perciò, le equazioni che regolano l'intero sistema superficie portante-flap possono ora essere scritte come

$$\mathcal{M}' \begin{pmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{pmatrix} + \mathcal{C}' \begin{pmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{pmatrix} + \mathcal{K}' \begin{pmatrix} h \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L \\ M \\ 0 \end{pmatrix} + \mathcal{D}'\beta_c. \quad (4)$$

Con dei semplici calcoli, si passa da (4) ad un sistema di equazioni differenziali del primo ordine, affine rispetto all'input, del tipo

$$\dot{x} = Ax + B\beta_c + Nf_n(h, \alpha), \quad (5)$$

con $x \in \mathbb{R}^{8 \times 1}$ vettore di stato, $A \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$, $B \in \mathbb{R}^{8 \times 1}$, $N \in \mathbb{R}^{8 \times 2}$ e $f_n \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ il vettore che racchiude tutte le non linearità del sistema.

L'obiettivo della tesi è quello di risolvere un problema di allineamento asintotico. In generale, dato un sistema come in (1), e il suo output $y = y(x)$, si vuole che tale funzione segua una traiettoria desiderata, y_d .

Nel nostro caso, abbiamo definito l'output come una combinazione opportuna delle variabili h e α , ossia

$$y = \gamma_1 h + \gamma_2 \alpha. \quad (6)$$

Quindi, prendendo in considerazione (5) e (6), si è costruita una legge di controllo $\beta_c = \beta_c(x)$ tale che y tenda a 0 quando $t \rightarrow \infty$.

Oltre a risolvere questo tipo di problema, l'introduzione nel sistema (5) di una legge di controllo in retroazione dallo stato, e quindi la realizzazione di quello che viene chiamato *sistema a catena chiusa*, assicura anche una condizione di stabilità dell'intero sistema, evitando vibrazioni e, in particolare, fenomeni di ciclo limite (si veda [4]).

Infatti, come ci si aspettava già dalla teoria, il *sistema a catena aperta*, ovvero il sistema (5) senza alcun vincolo dovuto all'input ($\beta_c = 0$), presenta delle oscillazioni come riportato in Figura 3. Qui, sono state mostrate solo le due variabili h e α perché sono quelle che si vogliono effettivamente controllare.

Tra le varie tecniche messe a disposizione dalla Teoria del Controllo non lineare, ne abbiamo scelte due in particolare, ossia la *Feedback Linearization* e il *Backstepping*, più recente rispetto alla prima.

Entrambe hanno trovato molte applicazioni sia nel campo dell'aerosevoelasticità, sia in altri campi (si veda ad esempio [9, 23] per il Backstepping).

L'idea di base della Feedback Linearization (v. [12] o [30]) è di trasformare un sistema non lineare in uno completamente o al limite parzialmente lineare, che

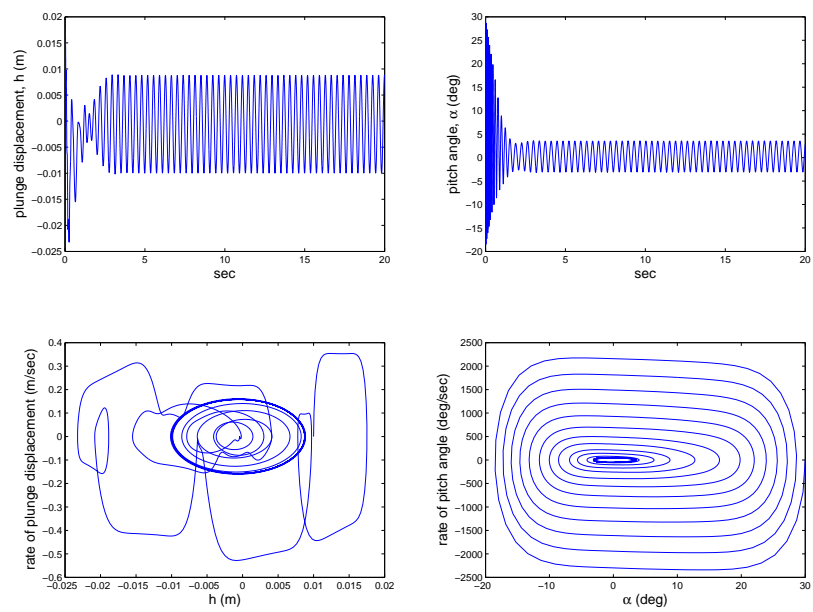


Figura 3: Sistema a catena aperta: i primi due grafici mostrano la storia temporale di h e α rispettivamente. Gli ultimi due, invece, illustrano nel piano delle fasi il comportamento di \dot{h} e di $\dot{\alpha}$.

risulta essere equivalente all'originale e soprattutto più semplice da trattare. Quindi, tramite l'applicazione di metodi propri della Teoria del Controllo lineare, si costruisce la legge di controllo in base ai propri scopi.

Tale approccio differisce dall'usuale tecnica di linearizzazione tramite jacobiano in quanto non è utilizzata alcuna approssimazione delle dinamiche del sistema, anzi, si ottiene una linearizzazione esatta.

La costruzione della mappa Φ che linearizza il sistema (5) avviene tramite vettori definiti con derivate e prodotti di Lie. In particolare, avendo posto

$$\begin{aligned} f(x) &:= Ax + Nf_n(h, \alpha) = Ax + Nf_n(x) \\ g(x) &:= B \\ h(x) &:= y \end{aligned}$$

si è ottenuto che^a

$$\begin{aligned} L_f h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x} f = \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} (Ax + Nf_n(h, \alpha)) = \\ &= \gamma_1 A^{(1)}x + \gamma_2 A^{(2)}x = \gamma_1 x_4 + \gamma_2 x_5, \\ L_g h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x} g = \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} B = \gamma_1 \overbrace{B^{(1)}}{=0} + \gamma_2 \overbrace{B^{(2)}}{=0} = 0. \end{aligned}$$

Inoltre

$$\begin{aligned} L_g L_f h(x) &= \frac{\partial L_f h}{\partial x} g = \frac{\partial(\gamma_1 x_4 + \gamma_2 x_5)}{\partial x} g = \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \gamma_1 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} B = \gamma_1 B^{(4)} + \gamma_2 B^{(5)} \neq 0, \end{aligned}$$

per definizione dei γ_i .

Abbiamo concluso che il sistema ha grado relativo pari a 2 (v. ancora [12] o [30]), e quindi è stato possibile linearizzarlo solo parzialmente. Introducendo allora le due variabili del vettore di coordinate $z = \Phi(x)$,

$$\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \\ L_f h \end{pmatrix} =: \xi = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix},$$

si hanno le seguenti equazioni

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) \beta_c \end{aligned}$$

Per finire, dato

$$\beta_c = \frac{1}{L_g L_f h(x)} (-L_f^2 h(x) - \lambda_0 z_1 - \lambda_1 z_2), \quad (7)$$

si completa l'algoritmo e si risolve il problema.

La parte del sistema di dimensione 6 che non si è riusciti a linearizzare, e che regola le dinamiche interne del sistema (5), è stata analizzata in un secondo momento, e stabilizzata, così da non compromettere la stabilità totale di (5).

Per quanto concerne il Backstepping invece, la sua applicazione è legata alla costruzione

^aData una qualsiasi matrice, o vettore, M , la notazione $M^{(k)}$ indica la k -sima riga di M .

di una funzione di Lyapunov $V(x)$, ossia ad una funzione liscia, definita positiva e radialmente illimitata, tale che, dato $\dot{x} = f(x, u)$ generico, per ogni $x \neq 0$, è

$$\inf_{\nu \in \mathbb{R}} \left\{ \frac{\partial V}{\partial x}(x) f(x, \nu) \right\} < 0.$$

Si osservi che, nel nostro caso,

$$\dot{x} = f(x, \nu) = f(x, \beta_c) = Ax + B\beta_c + Nf_n(h, \alpha).$$

Una siffatta funzione V , che in generale è difficile da costruire basandosi solo su osservazioni fisiche, garantisce la stabilità del sistema.

Il Backstepping (si veda [21]) è sostanzialmente una tecnica ricorsiva che permette di costruire, oltre a questa funzione di Lyapunov, una legge di controllo in retroazione dallo stato, garantendo forti proprietà di stabilità globale o locale, e utile nella risoluzione di problemi di allineamento asintotico.

Inoltre, il numero di passi necessari nell'algoritmo non è mai superiore alla dimensione del sistema di partenza. Quindi, proprio perché, come già notato, il sistema (5) ha grado relativo uguale a 2, sono stati sufficienti esattamente due passi di questa tecnica per ottenere un'adeguata legge di controllo (come spiegato in [21]). In dettaglio, per ricreare esperimenti il più possibile fedeli alla realtà, si è ipotizzato che non tutte le componenti del vettore x fossero disponibili per delle misurazioni, e si è costruito un osservatore per compensare questa mancanza.

Quindi, in una fase iniziale (*passo 0*), si è definito l'errore di allineamento $z = y - y_d = y$, calcolato \dot{z} ed individuato la prima variabile di controllo virtuale $\xi_1 = \sigma(x)$ e una funzione di Lyapunov V che stabilizzassero $\dot{x} = Ax + B\xi_1 + Nf_n$. Successivamente, si è proceduto come segue:

- (*passo 1*) definisco $z_1 = \xi_1 - \sigma$ e $V_1 = V + \frac{z_1^2}{2}$; quindi determino $\xi_2 = \sigma_1(x, \xi_1)$ in maniera tale che $\dot{V}_1 \leq 0$, ossia l'origine del sottosistema (z, z_1) sia stabile
- (*passo 2*) siano $z_2 = \xi_1 - \sigma_1$ e $V_2 = V_1 + \frac{z_2^2}{2}$; cerco allora $\xi_3 = \beta_c = \sigma_2(x, \xi_1, \xi_2)$ che stabilizzi l'origine del relativo sottosistema (z, z_1, z_2) .

Quello che abbiamo fatto è di introdurre un nuovo sistema, le cui coordinate sono costituite dagli errori di controllo commessi ad ogni passo; mandando a 0 questi errori, segue che l'origine di tale sistema è stabile, e quindi, per costruzione, lo sarà anche quella del primo.

Prima di applicare queste tecniche, abbiamo analizzato il sistema a catena aperta al variare del parametro u . È stato calcolato il valore della velocità di flutter u_F , ossia quel valore tale che il sistema presenta due autovalori con parte reale nulla (biforcazione di Hopf), e si è quindi studiato il luogo delle radici rispetto a u (vedere Figura 4). Si noti l'attraversamento dell'asse immaginario, tipico della presenza della biforcazione.

Il luogo delle radici è stato tracciato anche perturbando alcuni parametri del sistema, come per esempio la frequenza dell'attuatore, ω_β , ed è stato osservato che, fissato un certo valore di u , esistono due diversi valori di questo parametro tali che il sistema ivi calcolato presenta due autovalori con parte immaginaria uguale.

Nonostante questa analogia, il sistema tende ad assumere comportamenti iniziali differenti in entrambi i casi, in quanto vi sono oscillazioni di diversa ampiezza (oscillazioni che comunque decadono sempre a 0, come evidente dalla Figura 5).

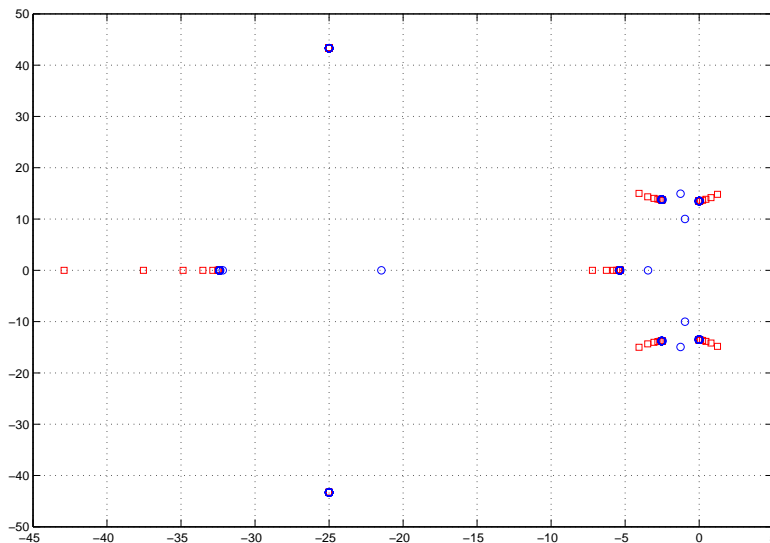


Figura 4: Luogo delle radici: i cerchi blu rappresentano gli autovalori stabili, i quadratini rosse quelli instabili.

In un secondo momento, abbiamo considerato il sistema a catena chiusa con le due tecniche di controllo, osservando che il problema di allineamento asintotico dell'output è sempre risolto, e, cosa più importante, sono sparite le oscillazioni finali tipiche del ciclo limite (vedere Figura 6 e, in particolare modo, Figura 7).

Per ragioni puramente fisiche, abbiamo deciso di vincolare l'input β_c introducendo un livello di saturazione β_{cmax} . Così facendo, abbiamo evitato che gli angoli, in particolare l'angolo di flap β , assumessero valori troppo grandi, e che l'attuatore stesso fosse facilmente realizzabile.

Sono stati fatti alcuni test per verificare la validità della Feedback Linearization e del Backstepping, perturbando sia i coefficienti presenti nelle leggi di controllo, sia perturbando i parametri significativi del sistema.

In particolare modo, abbiamo concentrato le nostre analisi sul Backstepping, per cercare di capire quanto fosse effettivamente robusto. Abbiamo perciò preso in considerazione le due seguenti grandezze

$$s_h := \max_{t \in [0, \infty)} \{|h|\},$$

$$\tau := \min_{t \in [0, \infty)} \{ \|x_R\| < \epsilon \} \quad \text{per un certo } \epsilon,$$

rispettivamente *sovraelongazione massima* di h e tempo d'estinzione, con

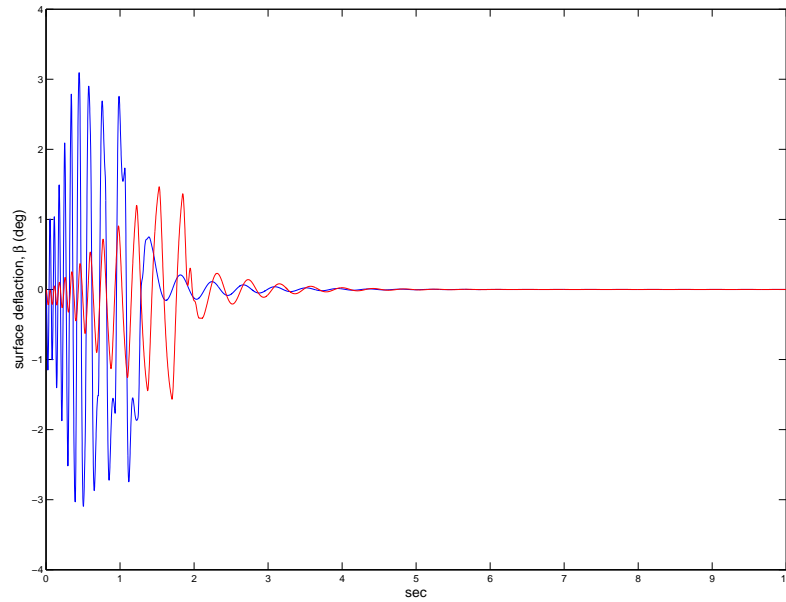


Figura 5: Andamento dell'angolo di flap β : la linea rossa è per $\omega_\beta^2 = 625$ mentre quella blu è per $\omega_\beta^2 = 4187.5$ ($u = 19.0625$ m/sec).

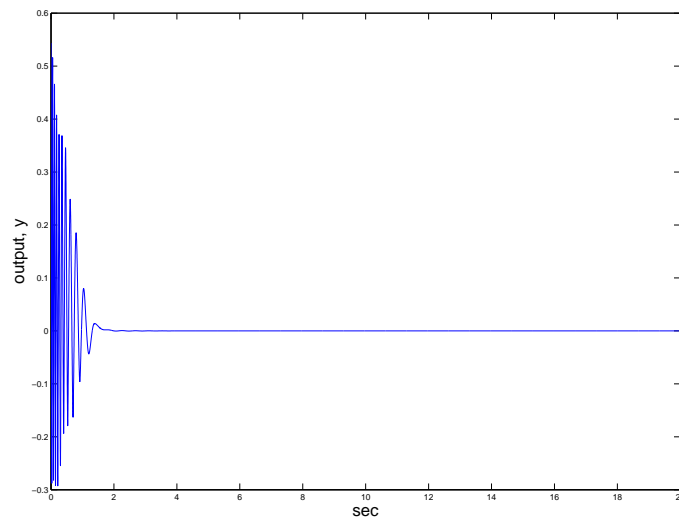


Figura 6: Andamento dell'output y del sistema controllato tramite Backstepping ($u = 19.0625$ m/s).

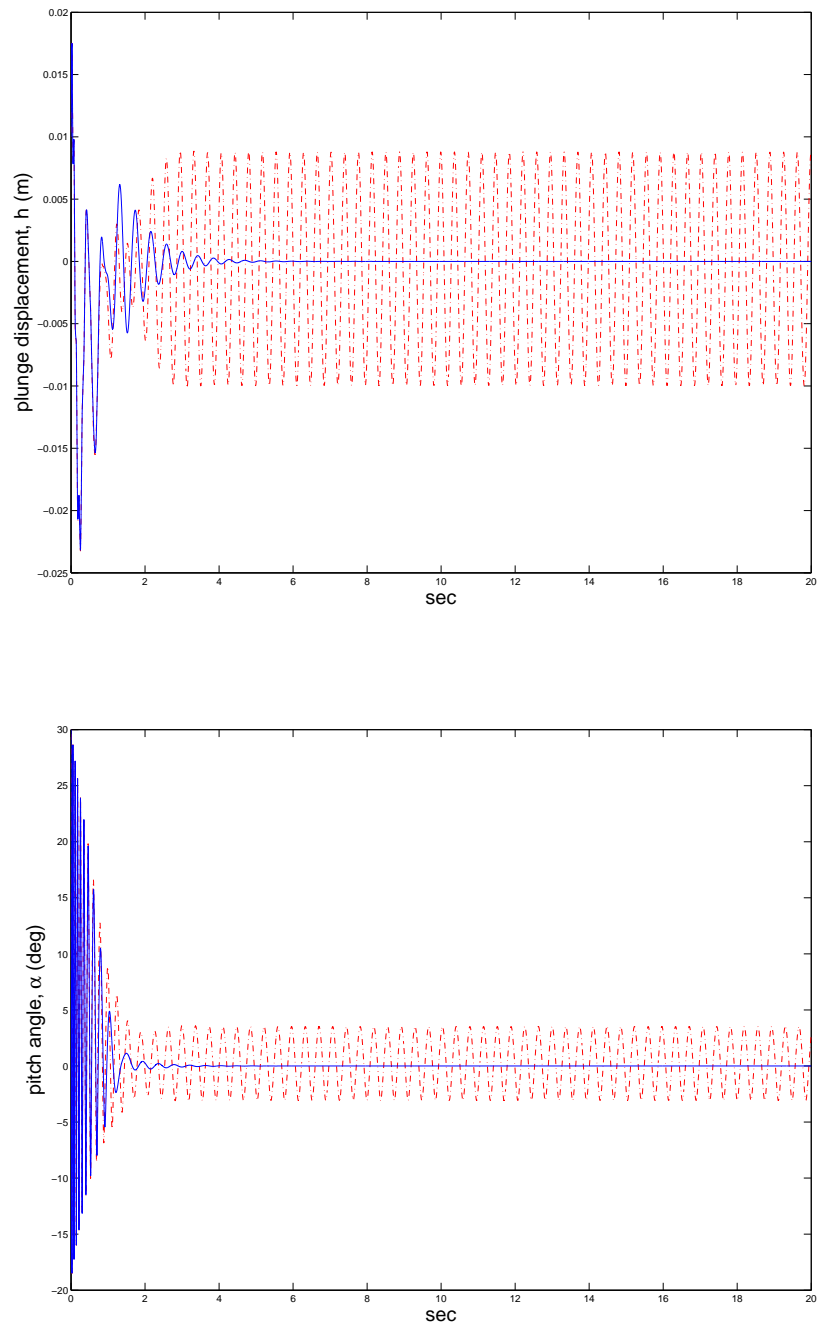


Figura 7: Andamento delle variabili h e α : le curve rosse si riferiscono al caso senza controllo, mentre quelle blu al sistema a catena chiusa applicando il Backstepping ($u = 19.0625$ m/s). Notare la scomparsa delle oscillazioni tipiche del sistema a catena aperta.

$$x_R = x_R(t) = \begin{pmatrix} h/b \\ \alpha \end{pmatrix}.$$

Nei nostri esperimenti, abbiamo scelto $\epsilon = 10^{-3}$.

Sono stati riscontrati alcune limitazioni del metodo: perturbazioni anche molto piccole del sistema fanno fallire la legge di controllo quando questa non è affetta da tali perturbazioni. Infatti, l'input β_c non riesce a mandare a 0 il vettore di stato, essendo presenti fenomeni di ciclo limite sia per h che per α .

Questo ci ha fatto concludere che il Backstepping non è un metodo robusto.

Per tale motivo, spesso si tende a combinare questa tecnica con altre che conferiscono al controllo proprietà di robustezza, o comunque a trovare delle riformulazioni della legge di controllo stessa. Un piano per il futuro potrebbe perciò essere quello di costruire, per l'analisi del nostro sistema, una variante del metodo che lo renda più robusto.

Riguardo alla Feedback Linearization, è stato verificato sperimentalmente che affinché la legge funzioni sia efficace, si dovrebbe avere $\lambda_i > 0$ per $i = 0, 1$. Questo fatto non giunge nuovo, dato che si sapeva già dalla teoria che questi due coefficienti dovevano essere scelti in maniera tale che il polinomio

$$p(s) = s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0$$

avesse entrambe le radici con parte reale strettamente negativa (tecnicamente, si dice che il polinomio deve essere stabile).

Infine, si noti che fissati questi valori di λ_0 e λ_1 , il livello di saturazione per l'input va scelto in maniera opportuna per evitare cicli limite, e viceversa. In ogni caso, come per il Backstepping, l'input deve sempre essere vincolato per limitare l'angolo di flap β .

Riferimenti bibliografici

- [1] Letture sulla teoria del controllo. Dipartimento di Controlli Automatici dell'Università di Lund. <http://www.control.lth.se/~funonlin/>.
- [2] E209A: Analysis and Control of Nonlinear Systems, Stanford University. <http://www.stanford.edu/class/engr209a/>.
- [3] Nilesh Bhoir and Sahjendra N. Singh. Output feedback nonlinear control of an aeroelastic system with unsteady aerodynamics. *Aerospace Science and Technology*, 2003.
- [4] Jeffrey J. Block and T. W. Strganac. Applied active control for a nonlinear aeroelastic structure. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol.21, no.6, 1998.
- [5] A. Bressan and B. Piccoli. *Introduction to the Mathematical Theory of Control*. American Institute of Mathematical Sciences, 2007.
- [6] D. Dessi and F. Mastroddi. Limit-cycle stability reversal via singular perturbation and wing-flap flutter. *Journal of Fluids and Structures*, 2004.
- [7] Rolf Findeisen and Frank Allgower. An introduction to nonlinear model predictive control.
- [8] Guido Gentile. Introduzione ai sistemi dinamici. Appunti su equazioni differenziali ordinarie, analisi qualitativa e alcune applicazioni.
- [9] J. M. Godhavn, T. I. Fossen, and A. P. Berge. Nonlinear and adaptive backstepping designs for tracking control of ships. *Internal Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 1998.
- [10] Graham C. Goodwin. A brief overview of nonlinear control. <http://hdd.ece.nus.edu.sg/~iccta/key1.pdf>.
- [11] Aslaug Grovlen and Thor I. Fossen. Nonlinear control of dynamic positioned ships using only position feedback: An observer backstepping approach, 1996.
- [12] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems: An Introduction*. Springer-Verlag, second edition, 1989.
- [13] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, third edition, 2001.
- [14] D. H. Kim, H. O. Wang, and H. W. Yang. Robust adaptive control of nonlinear output feedback systems under disturbances with unknown bounds. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2004.
- [15] J. Ko, A. Kurdila, and T. W. Strganac. Nonlinear control theory for a class of structural nonlinearities in a prototypical wing section.
- [16] J. Ko, A. Kurdila, and T. W. Strganac. Nonlinear dynamics and control for a structurally nonlinear aeroelastic system, 1997.
- [17] J. Ko, T.W. Strganac, and et al. Nonlinear, adaptive control of an aeroelastic system via geometric methods, 1998. <http://citeseer.ist.psu.edu/ko98nonlinear.html>.

- [18] Jeonghwan Ko, T. W. Strganac, and Andrew J. Kurdila. Adaptive feedback linearization for the control of a typical wing section with structural nonlinearity.
- [19] P. V. Kokotovic. The joy of feedback: Nonlinear and adaptive. 1991 Bode Prize Lecture
<http://mechatronics.ece.usu.edu/ece6330/notes/0007koko.pdf>.
- [20] P. V. Kokotovic, H. K. Khalil, and J. O'Reilly. *Singular Perturbation Methods in Control - Analysis and Design*. SIAM, 1999.
- [21] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. V. Kokotovic. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. Wiley-Interscience, 1995.
- [22] D. J. Leith and W. E. Leithead. Input-output linearisation by velocity-based gain-scheduling.
- [23] Nawrous Ibrahim Mahmoud. *A Backstepping Design of a Control System for a Magnetic Levitation System*. PhD thesis, Institutionen för Systemteknik, 2003.
- [24] Leonid Mirkin. Control Theory, Faculty of Mechanical Engineering, Technion - Israel Institute of Technology
<http://leo.technion.ac.il/Courses/CT/>.
- [25] M. Nikolaou. Model predictive controllers: A critical synthesis of theory and industrial needs, 1998.
- [26] Todd O'Neil and T. W. Strganac. Aeroelastic response of a rigid wing supported by nonlinear springs. *Journal of Aircraft*, vol.35, no.4, 1998.
- [27] Claudio De Persis. Lucidi delle lezioni di Fondamenti Di Automatica. Corso tenuto presso il Dipartimento di Informatica e Sistemistica, Università di Roma La Sapienza
<http://www.dis.uniroma1.it/~depersis/>.
- [28] Shankar Sastry and Marc Bodson. *Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness*, chapter 7. Prentice-Hall Advanced Reference Series (Engineering), 1994.
- [29] Sahjendra N. Singh and Woosoon Yim. State feedback control of an aeroelastic system with structural nonlinearity. *Aerospace Science and Technology*, 2002.
- [30] Jean-Jacques E. Slotine and Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, 1991.
- [31] E. D. Sontag. *Mathematical Control Theory: deterministic finite dimensional systems*. Springer, second edition, 1998.
- [32] W. Su and M. Fu. Robust nonlinear control: Beyond backstepping and nonlinear forwarding, 1999.
- [33] T. Theodorsen. General theory of aerodynamic instability and mechanism of flutter. NACA Report 496, National Advisory Committee for Aeronautics, Hampton, VA, 1935.

- [34] W. R. van Soest, Q. P. Chu, and J. A. Mulder. Combined feedback linearization and constrained model predictive control for entry flight. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2005.
- [35] C. Wang and S. S. Ge. Adaptive backstepping control of uncertain lorenz system. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2000.
- [36] Craig A. Woolsey. AOE 4004: Computer Aided Control System Design, Virginia Tech Department of Aerospace and Ocean Engineering. Lectures No 22 and 23 available on <http://www.aoe.vt.edu/%7Ecwoolsey/Courses/AOE4004/>.
- [37] Chengkang Xie. *Nonlinear Output Feedback Control: An Analysis of Performance and Robustness*. PhD thesis, University of Southampton, 2004. <http://eprints.ecs.soton.ac.uk/9331/>.
- [38] Jerzy Zabczyk. *Mathematical Control Theory: an introduction*. Birkhauser, 1992.