

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AM110

A.A. 2014-2015 - Docente: Prof. Pierpaolo Esposito

Tutori: Giulio Fiorillo e Alessandro Mazzoccoli

TUTORATO 5

30 OTTOBRE 2014

1. discutere la convergenza delle seguenti serie.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \log(n)$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2} a^{2n}$ con $a \in \mathbb{R}$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} - \cos\left(\frac{1}{n}\right)$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} - \log\left(\frac{n-1}{n}\right)$
- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n^{\alpha} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+\alpha}{n+\alpha}\right)^n$
- $\sum_{n=1}^{\infty} (\sin(\sin(n! \log n)))^n$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n^3+n}{n^3}\right)^{4n^3}}{e^n}$

2. Calcolare il raggio di convergenza delle seguenti Serie di Potenza

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\alpha}}{n} x^n$ al variare di α
- $\sum_{n=0}^{\infty} (\sin(n) + 2)^n x^n$

3. supponendo di sapere che

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

Calcolare:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)^2} \text{ e } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$$

4. Dimostrare che $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + a}$ converge ma non assolutamente

5. Calcolare le seguenti serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log \left(\left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n \right)^{n+1} + \log \left(\left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n \right)^{-(n-1)} - 2 \log \left(\left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n + 1 \right)}{2}$$