Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AM220

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. U.Bessi

Tutori: Emanuele Padulano e Francesco Mazzarani

Tutorato 9 - 20 Maggio 2013

1. Siano $0 < a < b$ e siano $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y \leq b\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0 \ \sqrt{a^2 + x^2} \leq y \leq b\}$.
   (a) Disegnare $A, B, A \setminus B$;
   (b) Calcolare gli integrali $\iint_B x \ dxdy$ e $\iint_B y \ dxdy$;
   (c) Dare le coordinate del baricentro di A e servirsene per trovare il valore degli integrali: $\iint_A x \ dxdy$ e $\iint_A y \ dxdy$;
   (d) Calcolare il volume del solido S ottenuto facendo ruotare $A \setminus B$ attorno all'asse y;
   (e) Calcolare il volume del solido T ottenuto facendo ruotare $A \setminus B$ attorno all'asse x;
   (f) Trovare il flusso uscente da S del campo $F\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 \\ y \\ z^2 \end{pmatrix}$;
   (g) Calcolare l'area della frontiera di S.

2. Sia $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x| + |y| + |z| \leq 1\}$.
   (a) Che solido platonico é T? Se ne faccia un disegno approssimativo;
   (b) Calcolare $\iiint_T |z|^\gamma \ dxdydz$ per i $\gamma \in \mathbb{R}$ per cui esiste finito. (**Suggerimento:**Affettare T con fette orizzantali);
   (c) Calcolare $\iiint_T (|x|^\alpha + |y|^\beta + |z|^\gamma) \ dxdydz$ per gli $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ per cui esiste finito;
   (d) Calcolare il flusso uscente da T del campo $F\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.
   (**Suggerimento:**Usare il punto (b) ed il teorema della divergenza)

3. Si consideri la forma differenziale $\omega = yx \ dx + y \ dy$ su $\mathbb{R}^2$.
   Sia $D = B(0, 1)$ e sia $\gamma = \partial D$, orientata in senso antiorario.
   Si verifichi che $\int_\gamma \omega = \int_D d\omega$.

4. Sia C la curva ottenuta intersecando il cilindro
   $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1\}$ con la superficie $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = xy\}$.
   Si parametrizzi C in modo che giri in senso antiorario attorno al cilindro.
   Si calcoli: $\int_C (y \ dx + z \ dy + x \ dz)$.