**Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica**

# Tutorato di AM220

**A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. U.Bessi**

**Tutori: Emanuele Padulano e Francesco Mazzarani**

Tutorato 5 - 22 Aprile 2013

1. Calcolare l'integrale curvilineo
$$\int_\Gamma \left(\frac{2}{3}x + 4z\right) ds$$
dove $\Gamma : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}^3$ é la curva tale che $\Gamma(t) = \begin{pmatrix} 3t \\ \frac{3}{2}t^2 \\ t^3 \end{pmatrix}$.

2. Calcolare l'integrale curvilineo
$$\int_\Gamma \sqrt{x^2+y^2}ds$$
dove $\Gamma : [0,2\pi] \longrightarrow \mathbb{R}^2$ é la curva tale che $\Gamma(t) = \begin{pmatrix} e^t \cos t \\ e^t \sin t \end{pmatrix}$.

3. Sia $\gamma : [0, \frac{\pi}{2}] \longrightarrow \mathbb{R}^2$ tale che $\gamma(t) = \begin{pmatrix} r\cos t \\ r \sin t \end{pmatrix}$. Calcolare le coordinate del baricentro di $\gamma$, definito da:
$$B_\gamma = \frac{1}{L(\gamma)} \left( \int_\gamma x ds, \int_\gamma y ds \right).$$
Dimostrare che le coordinate del baricentro di $\gamma$ sono il limite, per $\epsilon \to 0$, delle coordinate del baricentro dell'insieme $C_\epsilon$, definito da:
$$C_\epsilon = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : r^2 \leq x^2+y^2 \leq (r+\epsilon)^2;\ x,y \geq 0\}.$$
**Suggerimento:**Ricordiamo che il baricentro di $C_\epsilon$ é definito da:
$$B_{C_\epsilon} = \frac{1}{|C_\epsilon|} \left( \int_{C_\epsilon} x dxdy, \int_{C_\epsilon} y dxdy \right).$$

4. Calcolare la lunghezza ed il baricentro dell'arco di elica cilindrica $\phi : [0,2\pi] \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $\phi(t) = \begin{pmatrix} r\cos t \\ r\sin t \\ 4t \end{pmatrix}$.

5. Calcolare l'integrale della forma differenziale su $\mathbb{R}^3$:

$$\omega(x, y, z) = (x - z)dx + (1 - xy)dy + ydz$$

lungo i seguenti cammini:

(a) Il segmento $\phi$ di estremi (0,0,0) e (1,1,1);

(b) $\psi : [0, 1] \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $\psi(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ t^3 \end{pmatrix}$.

6. Calcolare l'integrale della forma differenziale su $\mathbb{R}^3$:

$$\omega(x, y, z) = e^z dx + e^x dy + e^y dz$$

lungo la curva $\phi : [0, 1] \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $\phi(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ e^t \end{pmatrix}$.