

Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013

AM 210 - Analisi Matematica 3

Tutorato 4 del 9 Novembre 2012

Tutori: Andrea Gullotto e Emanuele Padulano

Esercizio 1. Determinare i punti stazionari delle seguenti funzioni (definite su tutto \mathbb{R}^2 o \mathbb{R}^3) e stabilire quali di essi sono di massimo e quali di minimo locale

1. $f_1(x, y) = x^4 - 2x^2 - y^4 + 2y^2$

4. $f_4(x, y) = x^4 - x^3 \sin y$

7. $f_7(x, y) = y^4 - y^3 \cos x$

2. $f_2(x, y) = xy(x^2 + y^2 - 1)$

5. $f_5(x, y) = (x^2 - 1)(y^2 - 1)$

8. $f_8(x, y, z) = \sin(xyz)$

3. $f_3(x, y) = x^3 - 3xy^2$

6. $f_6(x, y) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + y^4 - 2y^2$

9. $f_9(x, y, z) = \sin^2(xyz)$

Esercizio 2. Determinare l'estremo superiore e inferiore su tutto \mathbb{R}^2 delle seguenti funzioni e stabilire se si tratta di massimi e/o di minimi.

1. $f(x, y) = x^4 - x^2 + y^2$

2. $g(x, y) = \frac{1}{x^2 + 2x + y^4 + 3}$

Esercizio 3. Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine nell'origine delle seguenti funzioni:

1. $f(x, y) = \cos x \sin y$

2. $g(x, y) = \log(1 + x + y^2)$

Esercizio 4. Siano $f \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ e $g \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ tali che

- $g(0) = 0$
- $f(t, g(t)) \equiv 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$
- $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) \neq 0$

Usando la regola di derivazione per funzioni composte, mostrare che

$$g'(0) = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)}{\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)}$$