

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AM120

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. G.Mancini

Tutori: Emanuele Padulano e Francesco Mazzarani

Tutorato 10 - 13 Maggio 2013

1. Svolgere i seguenti integrali definiti:

- | | |
|------------------------------------|--|
| (a) $\int_1^3 x - 2 dx$ | (e) $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$ |
| (b) $\int_1^2 \frac{\log x}{x} dx$ | (f) $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$ |
| (c) $\int_0^{2\pi} \sin x dx$ | (g) $\int_1^e \frac{1}{x\sqrt{1-\log^2 x}} dx$ |
| (d) $\int_2^3 \log(x^2 - x) dx$ | |

2. Risolvere i seguenti integrali tramite la sostituzione indicata:

- | | |
|--|--|
| (a) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx ; x = a \sin t$ | (d) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx ; x = a \sinh t$ |
| (b) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx ; x = a \cosh t$ | (e) $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx ; x = a \sin t$ |
| (c) $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx ; x = a \sinh t$ | (f) $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx ; x = a \cosh t$ |

3. Svolgere i seguenti integrali mediante la sostituzione $t = \tan(\frac{x}{2})$:

- | | |
|--|---|
| (a) $\int \sqrt{\frac{1-\cos x}{1-\sin x}} dx$ | (c) $\int \sqrt{\frac{\cos x}{1-\sin x}} dx$ |
| (b) $\int \sqrt{\frac{1}{1-\sin x}} dx$ | (d) $\int \frac{1}{(1-2\sin x)(1+\cos x)} dx$ |

4. Risolvere i seguenti integrali:

- | | |
|--|--|
| (a) $\int \frac{1-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}} dx$ | (e) $\int \frac{x}{\sqrt{-x^2+x+2}} dx$ |
| (b) $\int \left(\frac{x}{x+1}\right)^{\frac{1}{2}} dx$ | (f) $\int \sqrt{x^2 + 4x + 13} dx$ |
| (c) $\int \frac{1-\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt[3]{x+1}} dx$ | (g) $\int \sqrt{-x^2 - x + 1} dx$ |
| (d) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-3x+2}} dx$ | (h) $\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2+2x+10}} dx$ |
| | (i) $\int \frac{x^3+x}{\sqrt{-x^4+3x^2-2}} dx$ |

5. Dimostrare che

$$\int_0^\pi \cos^{2n} x \, dx = \int_0^\pi \sin^{2n} x \, dx = \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \pi.$$

6. (**Malus**) Calcolare: $\int_0^{2\pi} \frac{1}{1+\sin^2 x} dx$.