

## Compito di AM430 di giugno 2011

### 1

1) (5 punti) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^{n-1} \left( a + \frac{1}{n} \right)^k$$

al variare del parametro reale  $a > 0$ .

**Suggerimento.** Si tenga presente un prodotto notevole.

2) (5 punti) Dire per quali valori del parametro reale  $t$  la serie

$$\sum_{n \geq 1} (t^n + n^{-3t})$$

è convergente.

### 2

Risolvere il sistema di equazioni nelle due incognite complesse  $z$  e  $w$ :

$$\begin{cases} |z| = |w| \\ z^2 + w^2 = 0 \\ z + w = 1. \end{cases}$$

### 3

Si dia per buono che  $|\sin x| \leq 1$  per tutti gli  $x \in \mathbf{R}$ . Dire per quali valori di  $\alpha > 0$  la successione  $\{a_n\}$  definita da

$$a_n = \frac{(\sin n) \log(5 + e^{2n})}{n^\alpha}$$

1) (5 punti) è limitata, e

2) (5 punti) ammette limite.