

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AM110

8 Novembre 2011

A.A. 2011-2012 - Docente: Prof. Ugo Bessi

Tutore: Filippo M. Bonci

TUTORATO 6

L'8 Novembre 1949 viene condannato a morte l'assassino del Mahatma Gandhi

1. Calcolare il raggio di convergenza della serie seguente:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \cos(in)z^n.$$

2. Per quali $z \in \mathbb{C}$ si ha che $e^z = i$?
3. Trovare tutte le determinazioni di i^i
4. Risolvere la seguente equazione nel campo complesso:

$$(1+i)z^2 - (7+13i)z + 2 + 60i = 0$$

5. Determinare i raggi di convergenza delle seguenti serie di potenze:

(a) $\sum_{n \geq 1} \frac{n!}{n^n} z^n$

(b) $\sum_{n \geq 1} \frac{z^n}{n^n}$

(c) $\sum_{n \geq 1} z^n$

6. Trovare il raggio di convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n z^n$$

dove

$$a_n = \frac{1}{n} \cdot \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (4n-1) \cdot (4n+1)}{4^2 \cdot 8^2 \cdot 12^2 \cdot \dots \cdot (4n)^2}$$

Studiare, inoltre, la convergenza della serie per $z = R$ e $z = -R$

Suggerimento: Utilizzare le disequaglianze

$$(4n-1)(4n+1) \leq (4n)^2$$

e

$$(4(n-1)+1)(4n-1) \geq 4(n-1)4n$$

per dimostrare che vale:

$$\frac{1}{n} \frac{3(4n+1)}{4(4n)} < a_n < \frac{1}{n}$$