Tutorato di Statistica 1 del 27/02/2009
Docente: Prof.ssa Enza Orlandi
Tutore: Dott.ssa Barbara De Cicco

Esercizio 1.
Siano X, Y due v.a. indipendenti che assumono valori interi positivi, aventi funzione di distribuzione: $f(x) = 2^{-x}$ per $x = 1, 2....$ Calcolare:

1. $P(min\{X, Y\} \leq x)$
2. $P(Y > X)$
3. $P(X = Y)$
4. $P(X \geq kY)$ per $K > 0$ intero

Esercizio 2.
Se X, Y hanno distribuzione congiunta data da:

$$f_{X,Y}(x, y) = 2 \cdot 1_{(0,y)}(x)1_{(0,1)}(y)$$

1. Trovare $Cov(X, Y)$
2. Trovare distribuzione condizionata di Y dato $X = x$.

Esercizio 3.
Sia $X \sim Exp(\lambda)$, trovare fgm di X e quindi media e varianza.

Esercizio 4. Sia:

$$f_{X,Y}(x, y) = e^{-y}(1 - e^{-x})1_{(0,y)}(x)1_{(0,\infty)}(y) + e^{-x}(1 - e^{-y})1_{(0,x)}(y)1_{(0,\infty)}(x)$$

1. Mostrare che $f_{X,Y}$ è una densità
2. Trovare le distribuzioni marginali di X e di Y
3. Trovare $E[Y|X = x]$ con $x > 0$
4. Trovare $P[X \leq 2, Y \leq 2]$
5. Trovare il coefficiente di correlazione di X e Y
6. Trovare un'altra funzione di densità di probabilità congiunta avente le stesse marginali

Esercizio 5.
Dimostrare le seguenti proprietà del valore atteso:

1. $E[c] = c$ per c costante
2. $E[cg(X)] = cE[g(X)]$ per c costante
3. $E[c_1g_1(X) + c_2g_2(X)] = c_1E[g_1(X)] + c_2E[g_2(X)]$
4. $E[g_1(X)] \leq E[g_2(X)]$ se $g_1(X) \leq g_2(X)$ per ogni x