Esercitazione di AM-03 N 10

Esercitatore: Maristella Petralla

Integrali di superficie e forme differenziali

1. Calcolare
$$\int_\Sigma \frac{x}{\sqrt{1+\sin^2 y}}\mathrm{d}\,\sigma$$
dove la superficie
$$\Sigma := \begin{cases} x = u\cos v \\ y = v \\ z = \cos v \end{cases} \tag{1}$$
definita su $K = \{(u,v) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \le v \le u\ , 0 \le u \le \frac{\pi}{2}$.

2. Calcolare
$$\int_\Sigma y^2 \mathrm{d}\,\sigma$$
dove Σ é il grafico di $2z = x^2 + y^2$ sull'ellisse $x^2 + 4y^2 \le 4$.

3. Calcolare
$$\int_\Sigma z \mathrm{d}\,\sigma$$
dove Σ é il grafico di $z = x\,y$sull'insieme $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2+y^2 \le 1,\ \ 0 \le y \le \sqrt{3}\,x\}$.

4. Calcolare l'integrale di
$$\int_\gamma x\,y\mathrm{d}x - x\,\mathrm{d}\,y$$
dove γ é la circonferenza unitaria di centro l'origine.

5. Calcolare l'integrale
$$\int_\gamma y\,\sqrt{x}\,\mathrm{d}\,x - x\,e^y\,\mathrm{d}\,y$$
dove γ é il grafico della funzione $y = \sqrt{x}$ dal punto $(0,0)$ al punto $(1,1)$.

6. Verificare se le seguenti forme differenziali sono esatte nel loro insieme di definizione e eventualmente trovare una primitiva:

(a)

$$\omega = 2\,x\,y\mathrm{d}\,x + (x^2 + 2\,y)\mathrm{d}\,y;$$

(b)

$$\omega = y\mathrm{d}\,x + (x + z)\mathrm{d}\,y + y\mathrm{d}\,z.$$