Esercitazione di AC-01 N 9

Esercitatore: Maristella Petralla

Curve e Superici

1. Calcolare l'integrale curvilineo $\int x \mathrm{d}s$ sulla curva determinata dal grafico della parabola $y = x^2$, con $0 \le x \le a$.

2. Calcolare $\int_\gamma \frac{x}{1+y^2} \mathrm{d}\, s$ dove γ é il quarto di cerchio unitario nel primo quadrante.

3. (SUPERFICI DI ROTAZIONE) Calcolare la misura del solido di rotazione ottenuto facendo ruotare la funzione $y = f(z) = \sqrt{z}$, con $0 \le r \le z < s$ attorno all'asse z. Il solido é un tronco di paraboliode di rotazione.
Suggerimento: $m(E) = \pi \int_r^s f^2(z) \mathrm{d}\, z = \frac{\pi}{2}(s^2 - r^2)$.

4. Calcolare
$$\int_E \log(x^2 + y^2 + z^2) \mathrm{d}\, x \, \mathrm{d}\, y \, \mathrm{d}\, z$$
dove $E = B_1(0) \cap C$ dove C é il cono di vertice l'origine e che forma un angolo di 45^o con l'asse z.

5. (GRAFICI DI FUNZIONI) Calcolare l'area della porzione di paraboliode $z = f(x, y) = x^2 + y^2$ che si proietta sul cerchio $C : x^2 + y^2 \le 1$.
Suggerimento: Parametrizzazione
$$\begin{cases} x = x \\ y = y \\ z = f(x, y) = x^2 + y^2 \end{cases} \tag{1}$$
$A = \int_C \sqrt{1 + f_x^2 + f_y^2} \mathrm{d}\, x \mathrm{d}\, y$.

6. (AREA DI SUPERFICI DI ROTAZIONE) Ruotiamo attorno all'asse z la funzione $x = \sqrt{z}$ con $0 \le z \le 1$, calcoliamo l'area di questosolido di rotazione.
Suggerimento: Parametrizzazione
$$\begin{cases} x = f(z) \cos\theta \\ y = f(z) \sin\theta \\ z = z \end{cases} \tag{2}$$

$$A = 2\,\pi \int_0^1 f(z)\sqrt{1+(f'(z))^2}\mathrm{d}\,z = 2\,\pi \int_0^1 \sqrt{z}\sqrt{1+\tfrac{1}{4z}}\mathrm{d}\,z.$$