

AM3 tutorato 4

A.A 2008-2009

Docente: Prof. P. Esposito

Tutori: G.Mancini, E. Padulano

Tutorato 4 del 18 Marzo 2009

Esercizio 1 Sia $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$F(x, y) = \left(e^{\sin y} + \cos(x^2) - 2, \frac{\cos x}{1 + y^2} - e^{\frac{x}{2}} + 1 \right)$$

- (a) Provare che $\exists r, \rho > 0$ e una funzione $g : B_r(0, 1) \rightarrow B_\rho(0, 0)$ di classe C^1 tale che $F(g(u, v)) = (u, v) \forall (u, v) \in B_r(0, 1)$.
- (b) Fornire una stima dei raggi r e ρ .
- (c) Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine di una delle due componenti della funzione g .

Esercizio 2 Sia $F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da $F(x_1, x_2, y_1, y_2) =$

$$= \left(y_2 \sqrt{1 + x_1^2} - y_2 + \sinh y_1 + \log(1 + x_2), x_1 + 3y_2 e^{y_1} + y_2 \arctan x_2 \right)$$

- (a) Provare che $\exists r, \rho > 0$ e una funzione $g : B_r(0, 0) \rightarrow B_\rho(0, 0)$ di classe C^1 tale che $F(x_1, x_2, g_1(x_1, x_2), g_2(x_1, x_2)) = 0 \forall x \in B_r(0, 0)$.
- (b) Fornire una stima dei raggi r e ρ .
- (c) Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine della funzione g_1 .

Esercizio 3 Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x_1, x_2, y) = \frac{1}{1 + x_1^2} - e^{x_2 y} + \log x_2 - \sin(\sin y) + x_2^3 - 1$$

- (a) Provare che $\exists r, \rho > 0$ e una funzione $g : B_r(0, 1) \rightarrow B_\rho(0)$ di classe C^1 tale che $F(x_1, x_2, g(x_1, x_2)) = 0 \forall x \in B_r(0, 1)$.
- (b) Fornire una stima dei raggi r e ρ .
- (c) Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine della funzione g .

Esercizio 4 Sia $F(x, y) = 2y^6 - \sin^3 x$. Stabilire se in un intorno del punto $(0, 0)$ è possibile scrivere l'insieme $\{F = 0\}$ come un grafico cartesiano.