

## II Esonero di AM3 - 27/5/2009

1) [10 punti] Calcolare  $\int_E x^2 dx dy dz$ , ove

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0, 3(x^2 + y^2) \leq z^2\}.$$

2) [10 punti] Sia  $\omega$  la seguente 1-forma:

$$\omega = \frac{-y}{x^2 + y^2} dx + \frac{x}{x^2 + y^2} dy.$$

a) Verificare la chiusura della 1-forma  $\omega$ .

b) Usando la chiusura di  $\omega$ , calcolare

$$\int_{\gamma} \omega,$$

ove  $\gamma$  è l'ellisse  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  percorso in verso positivo.

3) [10 punti] Siano  $\omega = (y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz$  una 1-forma e  $C$  l'ellisse dato da

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, x + z = 0\}.$$

Verificare direttamente la validità del teorema di Stokes.