

Appello B di AM3 - 15/6/2009

1) [10 punti] Discutere l'invertibilità locale della mappa

$$F(x, y) = \left(\frac{x(1+y)}{1+x^2+y^2}, \frac{y+x^2}{1+xy^2} \right).$$

in $(0, 0)$, fornendo un esempio esplicito di intorno di $(0, 0)$ per cui la funzione inversa G esiste.

2) [10 punti] Determinare il valore e i punti di massimo/minimo della funzione $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ sull'insieme $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 1 - x^2 - y^2, z \geq 0\}$.

3) [10 punti] Sia $a > 0$. Determinare il volume dell'intersezione del cilindro $x^2 + y^2 - ax \leq 0$ e della sfera di raggio a e centro l'origine.