

# AM3 tutorato 8

A.A 2008-2009

Docente: Prof. P. Esposito

Tutori: G.Mancini, E. Padulano

Tutorato 8 del 13 Maggio 2009

**Esercizio 1** Calcolare  $\int_A \frac{x}{1+x^2+y^2} dx dy$  dove  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |y| \leq x, x^2 + y^2 \leq 1\}$

**Esercizio 2** Sia  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 - x \leq y \leq 2 - x, 1 \leq x^2 - y^2 \leq 3\}$ . Calcolare l'integrale  $\int_B (x - y) \log(1 + x^2 - y^2) dx dy$

**Esercizio 3** Calcolare l'integrale della funzione  $f(x, y) = |x|^3 - y$  nella regione di piano  $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2y, 0 \leq y \leq |x|\}$

**Esercizio 4** Sia  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \leq 0, z \geq 0\}$ .  
Calcolare  $\int_D xy^2 z dx dy dz$

**Esercizio 5** Sia  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq z^2(1 - z^2)\}$ . Calcolare  $\int_E 3x^2 + |y| - 2z^2 dx dy dz$ .

**Esercizio 6** Calcolare il volume dell'ellissoide in  $\mathbb{R}^3$  di equazione  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$

**Esercizio 7** Calcolare l'integrale della funzione  $f(x, y, z) = z\sqrt{z^2 - x^2 - y^2}$  sull'insieme  $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{2 - x^2 - y^2}\}$

**Esercizio 8** Sia  $\gamma(t) = (\cos t, t - \sin t)$   $t \in [0, 2\pi]$ . Provare che  $\gamma$  è una curva regolare e calcolarne la lunghezza.

**Esercizio 9** Sia  $\alpha(t) = (t, t^2, t^3)$   $t \in [0, \frac{\pi}{6}]$ . Calcolare  $\int_\alpha \frac{1}{\cos^3 x \sqrt{1 + 4y + 9x^4}} ds$ .

**Esercizio 10** Sia  $H_r = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y^2 + z^2 \leq \frac{16 \arctan^2 x}{3\sqrt{1+x^2}}, z > 0, x \in [0, r]\}$ .  
Calcolare  $\lim_{r \rightarrow \infty} \int_{H_r} z^2 y^2 - y^4 + \frac{\sin(\arctan x)}{(1+x^2)^{\frac{2}{3}}} dx dy dz$