Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Analisi 2

A.A. 2008-2009 - Docente: Prof. G. Mancini
Tutori: Dott. Gabriele Mancini e Luca Battaglia

TUTORATO NUMERO 9 (28 NOVEMBRE 2008)
MASSIMI E MINIMI IN PIÙ VARIABILI, FORMULA DI TAYLOR

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:
http://www.lifedreamers.it/liuck

1. Determinare i punti stazionari delle seguenti funzioni e stabilire quali di essi sono di massimo e quali di minimo locale:

   (a) $f(x,y) = x^2 + y^2 - x^2y^2$
   (b) $f(x,y) = x^2y + xy^2 - xy - x^2y^2$
   (c) $f(x,y) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{2y^3}{3} - 4x^2 - y^2 + 2xy^2 + 2xy - x^2y$
   (d) $f(x,y) = (x+y)(y+1)^2$
   (e) $f(x,y) = x^4 + y^2e^{y+2x^2}$
   (f) $f(x,y) = x^3 - x^2\cos y$
   (g) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - x^2y^2 + x^4$
   (h) $f(x,y,z) = \cos(xyz)$

2. Determinare l'estremo superiore e inferiore su tutto $\mathbb{R}^2$ delle seguenti funzioni e stabilire se si tratta di massimi e/o di minimi.

   (a) $f(x,y) = x^4 - x^2 + y^2$
   (b) $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2 + 2x + y^4 + 3}$

3. Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine nell'origine delle seguenti funzioni:

   (a) $f(x,y) = \cos x \sin y$
   (b) $f(x,y) = \log\left(1 + x + y^2\right)$

4. Provare che la funzione $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^4+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$ è di classe C^1 su tutto $\mathbb{R}^2$ ma non è di classe C^2.

5. Discutere la continuità, l'esistenza di derivate parziali e direzionali e la differenziabilità della funzione $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^3}{x^4+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$