

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Analisi 2

A.A. 2008-2009 - Docente: Prof. G. Mancini

Tutori: Dott. Gabriele Mancini e Luca Battaglia

TUTORATO NUMERO 10 (5 DICEMBRE 2008)

INTEGRALI DIPENDENTI DA PARAMETRO, MASSIMI E MINIMI VINCOLATI

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:

<http://www.lifedreamers.it/liuck>

1. Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} \tan(t^2) dt$.
2. Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \int_{x^2}^{x^3} e^{-x^6 t^2} dt$.
3. Determinare i punti critici della funzione $f(x, y) = \int_0^1 e^{-(x^2+y^2)t^2} dt$, specificando quali di essi sono punti di massimo locale e quali di minimo locale.
4. Sia $f(t) = \int_0^{+\infty} e^{-x^2} \sin(tx) dx$. Provare che:
 - (a) $f \in C(\mathbb{R})$
 - (b) $f \in C^1(\mathbb{R})$
 - (c) $f'(t) = \frac{1}{2} - \frac{t}{2} f(t)$
5. Sia $f(t) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x} - e^{-tx}}{x} dx$:
 - (a) Determinare l'insieme di definizione di f
 - (b) Provare che f è di classe C^1 e calcolarne la derivata
 - (c) Trovare un'altra espressione per f in cui non compaiono integrali
6. Determinare il massimo e il minimo della funzione f sull'insieme A :
 - (a) $f(x, y) = x - y$, $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 = 2\}$
 - (b) $f(x, y) = \frac{1}{y - 3x + 3}$, $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y - x^2 = 0, 0 \leq x \leq 2\}$
 - (c) $f(x, y) = x^3 - 3x + y^2$, $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 4x^2 + y^2 \leq 9\}$
 - (d) $f(x, y, z) = xy^2z^3$, $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z = 1\}$
7. Determinare i punti dell'ellissoide $2x^2 - 4x + y^2 + z^2 + 1 = 0$ che distano meno dall'origine.