

# Am1c – Tutorato II

## Uniforme continuità

Mercoledì 4 Marzo 2009

Filippo Cavallari

**Esercizio 1** Dimostrare il teorema della farfalla: “Sia  $f : [0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione uniformemente continua. Allora esistono  $A, B \in \mathbb{R}$  tali che  $|f(x)| \leq A + Bx$ ”.

**Esercizio 2** Discutere l’uniforme continuità delle seguenti funzioni negli intervalli indicati:

(1)  $e^x$   $(-\infty; 1)$   $[1; +\infty)$

(2)  $\log x$   $[1; 2]$   $(0; 2]$

(3)  $x^3 + 7x - 4$   $(-4; 3)$   $[4; +\infty)$

(4)  $\sin\left(\frac{1}{x}\right)$   $(0; 1)$   $(1; +\infty)$

(5)  $\frac{\sin x}{x}$   $(0; 1)$   $(\pi; +\infty)$

(6)  $\arctan x$   $\mathbb{R}$

(7)  $x \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$   $(0; 1)$   $(-1; 0) \cup (0; 1)$

(8)  $x^2 \ln\left(\frac{1+x^2}{x^2}\right)$   $(0; 1)$   $[1; 2]$   $[1; +\infty]$