

## Esercitazione di AC-01 N 5

Esercitatore: Maristella Petralla

### Teorema di Rouché integrali con i residui

1. Consideriamo  $\Omega$  regione e  $f_n \in H(\Omega)$   $n = 1, 2, \dots$ , supponiamo che nessuna delle  $f_n$  abbia uno zero in  $\Omega$  e che  $\{f_n\}$  converga uniformemente a  $f$  sui sottoinsiemi compatti di  $\Omega$ . Dimostrare che  $f$  non ha nessuno zero in  $\Omega$  oppure  $f(z) = 0$  per tutti i punti  $z \in \Omega$ .

2. Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^{2n}}.$$

3. Calcolare

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1-2\alpha \cos \theta + \alpha^2}$$

con  $|\alpha| \neq 1$ .

4. Siano  $\Omega$  un dominio e  $f, g \in H(\Omega)$ . Supponiamo che  $f$  e  $g$  non abbiano zeri in  $\Omega$ . Se  $\frac{f'}{f}(\frac{1}{n}) = \frac{g'}{g}(\frac{1}{n})$ ,  $n = 1, 2, \dots$  trovare una relazione tra  $f$  e  $g$ .