Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2005/2006

GE4 - Geometria Differenziale 1

TUTORATO VIII - FEDERICO COGLITORE E LIVIA CORSI (23-11-05)

<u>ESERCIZIO 1.</u> Per ognuna delle seguenti superfici regolari calcolare la curvatura di Gauss nell'origine, $\mathrm{K}(\underline{0}) = det(\mathrm{d}N_{\underline{0}})$, stabilendo se si tratta di un punto ellittico, iperbolico, parabolico o planare:

1. Il cilindro $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x-1)^2 + y^2 = 1\}$
2. La "Sella di scimmia" data dalla carta locale
$$\begin{array}{rccc} X: & \mathbb{R} \times \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & (u, v) & \longmapsto & (u, v, u^3 - 3v^2 u) \end{array}$$
3. La superficie di rotazione ottenuta ruotando attorno all'asse z la curva $\{(x, z) \in \mathbb{R}^2 : z = x^4\}$.

Analizzare in ciascun caso la posizione della superficie, intorno all'origine, rispetto al piano ivi tangente. Cosa si può concludere in generale, riguardo a questa questione, nell'intorno di un punto in cui $det(\mathrm{d}N) = 0$?

<u>ESERCIZIO 2.</u> Sia $\gamma(v) = (\varphi(v), \psi(v)) = (e^{-v}, \int_0^v \sqrt{1 - e^{-2t}}\mathrm{d}t), v \geq 0$ la curva cosiddetta "*trattrice*". La superficie di rotazione ottenuta ruotando la trattrice, posta nel piano xz, attorno all'asse z è detta "*pseudosfera*". Utilizzando la formula che da la curvatura di Gauss per superfici di rotazione (Do Carmo p. 162), verificare che la pseudosfera ha curvatura di Gauss costante K$= -1$.