Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2005/2006

# GE4 - Geometria Differenziale 1

TUTORATO X - FEDERICO COGLITORE E LIVIA CORSI (14-12-05)

<u>ESERCIZIO 1.</u> Sia $\mathcal{C}$ il cilindro $\mathcal{C} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1\}$. Considerata l'applicazione

$$\begin{array}{rccc} \varphi : & \mathbb{R} \times \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathcal{C} \subset \mathbb{R}^3 = \mathbb{C} * \mathbb{R} \\ & (u,v) & \longmapsto & (e^{iu}, v) \end{array}$$

mostrare che

1. $\varphi$ è un'isometria locale.
2. $\varphi$ non è un'isometria globale.
3. Restringendo il dominio di $\varphi$ all'aperto $U = (-\pi, \pi) \times \mathbb{R}$, allora $\varphi_{|U}$ è un'isometria globale sull'immagine.
4. Non esiste una congruenza tra $\mathcal{C}$ e $U$.

<u>ESERCIZIO 2.</u> Dimostrare che non esiste una superficie minima compatta in $\mathbb{R}^3$.

<u>ESERCIZIO 3.</u> Dimostrare che una superficie rigata non ammette punti ellittici.

<u>ESERCIZIO 4.</u> Mostrare che il paraboloide iperbolico $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = xy\}$ è una superficie doppiamente rigata. Calcolare la curvatura di Gauss del parabolide iperbolico; dire se esiste un punto del paraboloide iperbolico per cui passano piú di due rette (o segmenti) tutte contenute nelle superficie.
<u>ESERCIZIO 5.</u> Considerato $\mathbb{R}^3$ come spazio vettoriale Euclideo con prodotto scalare standard, mostrare che un'applicazione lineare è conforme se e solo se conserva gli angoli.