GE2, a.a. 2005/2006
Esercitazione n$^\circ$ 1

5 ottobre 2005

Matrici e forme quadratiche associate a forme bilineari. Vettori isotropi. Sottospazi ortogonali rispetto ad una forma bilineare. Basi ortogonali. Relazione di congruenza tra matrici.

Esercizio 1: Verificare se le seguenti applicazioni $b : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ sono bilineari ed eventualmente calcolarne la matrice associata rispetto alla base canonica:

(i) $b(\underline{x}, \underline{y}) = x_1^2 y_1^2 + x_2^2 y_2^2$

(ii) $b(\underline{x}, \underline{y}) = x_1 y_1 + x_1 y_2$

(iii) $b(\underline{x}, \underline{y}) = x_1 y_1 + \frac{1}{2} x_1 y_2 + \frac{1}{2} x_2 y_1 + x_2 y_2$

Esercizio 2: Si consideri la forma bilineare

$$b(\underline{x}, \underline{y}) = x_1 y_1 + x_2 y_2 - x_3 y_3$$

e si determinino i vettori isotropi.

Esercizio 3: Si determini il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ ortogonale a $V =< (1, 0, 1) >$ rispetto alla forma bilineare

$$b(\underline{x}, \underline{y}) = x_1 y_1 + x_2 y_2 - x_3 y_3$$

Esercizio 4: Si determini il sottospazio di $\mathbb{R}^4$ ortogonale a $V =< (1, 0, 0, 1), (\sqrt{2}, 1, 0, 0) >$ rispetto alla forma bilineare

$$b(\underline{x}, \underline{y}) = x_1 y_1 + x_2 y_2 - x_3 y_3 - x_4 y_4$$

Esercizio 5: Trovare una base diagonalizzante per la forma bilineare di $\mathbb{R}^3$

$$b(\underline{x}, \underline{y}) = x_1 y_2 + x_2 y_1 + x_2 y_3 + x_3 y_2$$